Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Presentación e índice de las hojas **Hoja 00**

Presentación

Durante el curso académico 2019-2020, una profesora y un profesor de un Instituto de Educación Secundaria de Madrid decidieron impartir la asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO entregando a sus alumnos y alumnas una hoja de trabajo cada día.

Las hojas intentan ser autosuficientes: incluyen algunas explicaciones básicas y ejemplos, plantean ejercicios y problemas y suelen dejar espacio para las contestaciones. Hay excepciones: algunas hojas requieren que las alumnas y los alumnos copien explicaciones de la pizarra y otras requieren hojas adicionales para las contestaciones.

Índice de las hojas

Página web

http://pedroreina.net/rmt1

Autores

Begoña Fernández y Pedro Reina

Licencia

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Cálculo mental con números naturales **Hoja 01**

	A	B	C	D	E
①	8+7	9+2	3+7	8+4	5+10
②	12+7	11+4	13+9	22+5	33+8
③	9–5	8–3	10–7	8–1	13–2
④	15–9	18–9	2–1	22–8	33–17
⑤	4×3	5×9	3×8	1×7	2×12
⑥	9×9	7×6	11×3	15×2	12×3
⑦	16:2	27:9	25:5	42:7	24:3
⑧	24:2	15:3	18:6	50:10	32:8
⑨	12+19	13+101	42–38	100–2	13×3
⑩	15×5	120:6	45:9	2+8+3	2×3×5

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Los números naturales **Hoja 02**

Para escribir los números naturales usamos **diez cifras**. Escríbelas:

La **posición** de cada cifra determina su valor:

Decena de millón	Unidad de millón	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad

Ejemplo 1: La cifra de las decenas de millar del número 456 012 es **5**.
Ejemplo 2: La cifra de las centenas del número 456 012 es **0**.

Ejercicios: escribe la cifra que se pida

① Cifra de las unidades del número 568 513 →

② Cifra de las centenas del número 309 →

③ Cifra de las decenas del número 478 →

④ Cifra de las unidades de millar del número 568 513 →

⑤ Cifra de las unidades de millón del número 34 568 513 →

⑥ Cifra de las decenas de millón del número 34 568 513 →

⑦ Cifra de las decenas de millar del número 34 568 513 →

⑧ Cifra de las centenas del número 34 509 →

⑨ Cifra de las unidades de millón del número 49 688 163 →

⑩ Cifra de las unidades de millar del número 680 538 →

Leer los números

Ejemplo 3: el número 82 405 **se lee** «ochenta y dos mil cuatrocientos cinco».

Ejercicios: escribe con letras los siguientes números:

⑪ 230 500 →

⑫ 20 120 340 →

⑬ 12 354 →

⑭ 7 134 000 →

⑮ 12 100 024 →

⑯ 7523 →

⑰ 99 000 050 →

⑱ 89 000 600 →

⑲ 48 505 000 →

⑳ 10 350 →

Escribir los números

Ejemplo 4: el número «dos millones quinientos mil ocho» se **escribe** 2 500 008

Ejercicios: escribe con cifras los siguientes números:

㉑ Treinta mil seiscientos cuarenta →

㉒ Dos millones trescientos treinta →

㉓ Dos millones trescientos treinta mil →

㉔ Cien mil treinta y ocho →

㉕ Cuarenta millones cincuenta mil sesenta →

㉖ Treinta y ocho mil cuatro →

㉗ Quince millones treinta y dos →

㉘ Trescientos cuarenta mil doscientos →

㉙ Cuarenta millones doscientos cincuenta mil treinta y cuatro →

㉚ Ochocientos mil ochenta y ocho →

Sumas y restas de números naturales **Hoja 03**

Sumas con colocación vertical

① Realiza las siguientes sumas:

(a)
$$\begin{array}{r} 678 \\ 49 \\ +\,103 \\ \hline \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 4595 \\ 372 \\ +\,2017 \\ \hline \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 1200 \\ 483 \\ +\,5009 \\ \hline \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{r} 1238 \\ 9147 \\ +\,3036 \\ \hline \end{array}$$

Sumas con colocación horizontal

② Calcula sin escribir los números uno debajo del otro:

a) 34 + 21 =
b) 51 + 32
c) 104 + 29
d) 128 + 433
e) 1024 + 819

Restas con colocación vertical

③ Realiza las siguientes restas:

(a)
$$\begin{array}{r} 678 \\ -\,103 \\ \hline \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 4595 \\ -\,2017 \\ \hline \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 7200 \\ -\,5009 \\ \hline \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{r} 3238 \\ -\,3036 \\ \hline \end{array}$$

Sumas con colocación horizontal

④ Calcula sin escribir los números uno debajo del otro:

a) 34 – 21 =
b) 51 – 32
c) 104 – 29
d) 458 – 433
e) 350 – 251

Ejercicios

5 Calcula sin escribir los números uno debajo del otro:

a) 325 + 8403 + 53 =

b) 1007 – 42

c) 8900 + 140 + 78

d) 2003 – 1008

e) 12 + 1004 + 389

f) 8563 – 2529

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Multiplicación de números naturales

Hoja 04

En la ESO usamos **un punto** situado en el centro de la línea para indicar una multiplicación de dos números. Ejemplo: $7{\cdot}8 = 56$

Las **tablas de multiplicar** son esenciales para poder hacer matemáticas. Tienes que sabértelas de memoria y sin dudar. Puedes consultarlas aquí:

×	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Ejercicios: calcula las siguientes operaciones:

① $9{\cdot}3 =$

② $5{\cdot}8 =$

③ $10{\cdot}4 =$

④ $8{\cdot}5 =$

⑤ $3{\cdot}9 =$

⑥ $8{\cdot}7 =$

⑦ $2{\cdot}7 =$

⑧ $9{\cdot}1 =$

⑨ $7{\cdot}6 =$

⑩ $9{\cdot}5 =$

⑪ $4{\cdot}10 =$

⑫ $3{\cdot}5 =$

⑬ Realiza las siguientes multiplicaciones:

(a)
$$\begin{array}{r} 678 \\ \times\ \ 3 \\ \hline \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 459 \\ \times\ 17 \\ \hline \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 3276 \\ \times\ \ 39 \\ \hline \end{array}$$

⑭ Calcula sin escribir los números uno debajo del otro:

a) $34 \cdot 8 =$

b) $51 \cdot 6 =$

c) $104 \cdot 7 =$

d) $458 \cdot 3 =$

⑮ Realiza las siguientes multiplicaciones:

(a)

$$\begin{array}{r} 6\,7\,4\,8 \\ \times \quad 3\,0\,6 \\ \hline \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 3\,9\,5\,0\,0 \\ \times \quad 1\,7\,0 \\ \hline \end{array}$$

(c)

$$\begin{array}{r} 1\,9\,3\,5 \\ \times \quad 8\,0\,3 \\ \hline \end{array}$$

(d)

$$\begin{array}{r} 6\,5\,9\,8\,0 \\ \times \quad 4\,7\,0 \\ \hline \end{array}$$

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Cálculo mental con números naturales **Hoja 05**

	A	B	C	D	E
①	10+7	17–12	3·7	18+4	15–9
②	2·9	11+4	13–9	2·5	33+8
③	9–5	8·3	10+17	8–1	8·7
④	15+9	18–9	20·1	22+8	33–17
⑤	4·3	105+9	33–8	10·7	28+12
⑥	19–9	7·6	11+33	15–2	12·3
⑦	16+20	27–9	35·4	42+27	24–17
⑧	24·2	15+35	18–6	5·45	32+80
⑨	19–9	3·141	42+38	14–12	53·3
⑩	15+45	120–6	45·9	5+18+4	7·3·5

Sigue por detrás ↺

	A	B	C	D	E
⑪	15+22	13–7	12·3	15+21	27–14
⑫	16·7	19·8	100–37	41+59	65–18
⑬	126·5	78+12	90–16	9·8	7·3
⑭	18–15	13+28	23·4	100+40+2	8·2·2
⑮	19·7	4+89	77–55	41–19	47·8
⑯	32·9	51+65	78–16	10–8	17+25
⑰	88·8	100·10	100+10	900–10	44·7
⑱	16+17	78–78	53+107	1·1·1·6	69–36
⑲	81·6	55·10	89·3	99·4	24·3
⑳	178+438	235–198	1000–205	34–30–2	200+30–7

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Problemas sencillos con números naturales **Hoja 06**

Resolución de problemas

Resolver problemas es muy importante en Matemáticas. Para poder resolver un problema se siguen cuatro pasos:

1: entenderlo. 2: pensar. 3: desarrollar lo pensado. 4: responder.

Problemas

Los siguientes problemas requieren **una sola operación** para poder ser resueltos. Escribe la operación, realízala y contesta a lo que te pregunten.

① En un bolsillo tienes 59 euros y en otro tienes 48 euros. ¿Cuánto dinero tienes en total?

② Tienes ahorrados 367 euros y te compras un objeto que cuesta 129 euros. ¿Cuánto dinero te queda?

③ Si compras 12 bolsas de chuches y cada una cuesta 3 euros, ¿cuánto tienes que pagar en total?

④ Un país tiene en una reserva natural 23 493 nutrias y en otra tiene 14 800; ¿cuántas nutrias tiene el país en total?

⑤ Un coche cuesta 25 386 euros, pero tu familia consigue que se lo rebajen 4129 euros. ¿Cuánto pagaréis por el coche?

⑥ Un camión tiene 235 cajas de refrescos y en cada caja hay 24 botellas de refresco. ¿Cuántas botellas hay en total en el camión?

Problemas

Los siguientes problemas requieren **exactamente dos operaciones** para poder ser resueltos. Escribe las dos operaciones, explicando qué significan, realízalas y contesta a lo que te pregunten.

⑦ Un tren comienza su recorrido con 480 pasajeros. En la primera parada se bajan 45 personas; en la segunda se bajan 91 y el tren termina su recorrido más adelante. ¿Cuántas personas han hecho el recorrido completo?

⑧ Mi amigo va a aportar 45 euros para un regalo y yo voy a poner 67 euros. Pero el regalo que queremos comprar cuesta 135 euros. ¿Cuánto dinero nos hace falta todavía?

⑨ Si compro 58 objetos a 17 euros cada uno y los vendo por 30 euros cada uno, ¿cuánto dinero gano?

⑩ Tengo una colección de objetos guardada en 14 cajas con 15 objetos cada una, pero al limpiar los objetos se me han roto 23 y los he tenido que tirar. ¿Cuántos objetos me quedan?

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

División de números naturales **Hoja 07**

La **división** de números naturales es una operación diferente de la suma, la resta y la multiplicación. La diferencia es que se obtienen dos resultados: el **cociente** y el **resto**.

Ejemplo: dividendo: 237, divisor: 5. Copia aquí la explicación de la pizarra.

Propiedad 1: dividendo = divisor × cociente + resto

Propiedad 2: resto < divisor

Ejercicios: realiza las siguientes divisiones del modo explicado, incluyendo la prueba de la división.

① Dividendo: 351; divisor: 2

② Dividendo: 1865; divisor: 3

③ Dividendo: 4568; divisor: 7

④ Dividendo: 9005; divisor: 6

⑤ Dividendo: 9804; divisor: 8

⑥ Dividendo: 876; divisor: 3

⑦ Dividendo: 674; divisor: 12

⑧ Dividendo: 19343; divisor: 23

División exacta

Cuando el resto de la división es **cero**, decimos que la división es **exacta**. De los ejercicios 1 a 8, ¿cuáles son divisiones exactas?

Propiedad: Cuando una división es exacta, podemos escribir esta igualdad:

dividendo : divisor = cociente

Ejemplos: 34 : 2 = 17; 77 : 11 = 7; 48 : 3 = 16

Ejercicios: las siguientes divisiones son todas exactas. Realízalas escribiendo directamente el cociente:

⑨ 39 : 3 =

⑩ 674 : 2

⑪ 140 : 4

⑫ 785 : 5

⑬ 84 : 6

⑭ 721 : 7

⑮ 360 : 8

⑯ 468 : 9

División exacta de números naturales **Hoja 08**

Ejercicios

las siguientes divisiones son todas exactas. Realízalas escribiendo directamente el cociente:

① $371 : 7 =$

② $612 : 6$

③ $48\,024 : 8$

④ $7885 : 5$

Ejercicios

Realiza las siguientes divisiones, contestando claramente cuáles son el cociente y el resto.

⑤ Dividendo: 351; divisor: 12

⑥ Dividendo: 1865; divisor: 37

⑦ Dividendo: 4568; divisor: 77

⑧ Dividendo: 9015; divisor: 61

Problemas

Los problemas que se resuelven con divisiones presentan dos dificultades:

- Hay que distinguir en el enunciado cuáles son el dividendo y el divisor
- Hay que saber qué significan en el problema el cociente y el resto

Los siguientes problemas se resuelven usando **exclusivamente una división**:

⑨ Guardamos 129 canicas en cajas de 3 canicas. ¿Cuántas cajas se llenan?

⑩ Hay una fila de 107 personas en una atracción. Las personas se sientan en cabinas de 8 personas o menos. ¿Cuántas personas se sentarán en la última cabina?

⑪ Si repartimos 485 euros en partes iguales entre 5 personas, ¿cuánto dinero le corresponde a cada una?

⑫ Un animal da saltos de 75 centímetros o menos para desplazarse. Si diera todos los saltos al máximo de su capacidad para cubrir una distancia de 500 centímetros, ¿de cuántos centímetros será el último salto?

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Problemas con números naturales **Hoja 09**

Nombre y apellido:	Fecha:

Problemas

Los siguientes **problemas** requieren utilizar **una o más** operaciones de suma, resta, multiplicación o división de números naturales. Escribe las operaciones necesarias, explicando qué significan, realízalas y contesta a lo preguntado.

① Si en un día en una tienda se venden 32 aparatos que cuestan 8 euros cada uno y 41 aparatos que cuestan 5 euros cada uno, ¿cuánto dinero han recaudado ese día?

② Vendes con una *app* 5 prendas de ropa a 23 euros cada una y te compras una batería nueva por 45 euros. ¿Cuánto dinero te queda?

③ Recoges 23 huevos en un corral, 31 en otro y 18 en el último. ¿Cuántas cajas de una docena de huevos necesitas para guardarlos todos?

④ Un comerciante tiene 12 cajas con 30 móviles en cada una. Decide guardarlos en cajas mayores, con 36 móviles en cada una. ¿Cuántas cajas necesita?

⑤ Si compras 4 bocadillos que cuestan 3 euros cada uno y pagas con un billete de 50 euros, ¿cuánto dinero te tienen que devolver?

Problemas

Los siguientes **problemas** requieren utilizar **una o más** operaciones de suma, resta, multiplicación o división de números naturales. Escribe las operaciones necesarias, explicando qué significan, realízalas y contesta a lo preguntado.

⑥ Tienes 360 caramelos y los quieres meter en cajas de 15 caramelos que cuestan cada una 3 euros. ¿Cuánto dinero te tienes que gastar?

⑦ En un bolsillo tienes 14 euros, en el otro tienes el triple y tu hermano te regala 20 euros. ¿Cuánto dinero tienes ahora?

⑧ Empiezas el día con 96 euros y te gastas la mitad en una cosa y la tercera parte de lo que te queda en otra cosa distinta. ¿Cuánto dinero te has gastado?

⑨ Hay una oferta de 3×2 en un mercado con un producto que cuesta 12 euros cada lata. Si compras 9 latas, ¿cuánto dinero tienes que pagar?

⑩ En una atracción de un parque cobran 10 euros por cada grupo de 5 personas y 3 euros por cada persona que no entre en grupo. Si vais 32 personas, ¿cuánto tendréis que pagar?

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Operaciones combinadas **Hoja 10**

Definición

Una **operación combinada** es la que tiene dos o más operaciones.

Ejemplo 1 → $4 + 5 \cdot 6$

Ejemplo 2 → $16 : 8 : 2$

Ejemplo 3 → $3 \cdot (7 + 1)$

Ejemplo 4 → $80 : 4 \cdot 2$

Orden de cálculo o jerarquía de operaciones

Llamamos de cualquiera de estas dos maneras a las reglas que permiten decidir en qué orden hay que realizar las operaciones. Es este:

1. Paréntesis.
2. Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha
3. Sumas y restas

Ejemplos

Ejemplo 5 → $4 + 5 \cdot 6 = 4 + 30 = 34$

Ejemplo 6 → $16 : 8 : 2 = 2 : 2 = 1$

Ejemplo 7 → $3 \cdot (7 + 1) = 3 \cdot 8 = 24$

Ejemplo 8 → $80 : 4 \cdot 2 = 20 \cdot 2 = 40$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones escribiendo todos los pasos:

① $(4 + 5) \cdot 6 =$

② $16 : (8 : 2)$

③ $3 \cdot 7 + 1$

④ $80 : (4 \cdot 2)$

⑤ $3 \cdot 5 + 2 \cdot 4$

⑥ $8 + 2 \cdot 5$

⑦ $40 : 4 - 3 \cdot 3$

⑧ $2 + 6 - 3$

⑨ $15 - 2 - 7$

⑩ $12 - (2 + 7)$

⑪ $3 \cdot 4 \cdot 7 + 10$

⑫ $4 + 6 \cdot 2$

⑬ $8 + 30 : 6$

⑭ $(3 + 27) : 10$

⑮ $18 - (2 + 3 \cdot 4)$

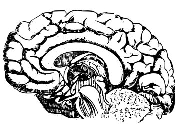
⑯ $2 \cdot 10 + 7 + 35 : 5$

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
⑰	1+7·3	(7–1)·2	9·4:36	20–3–4	2+5·3
⑱	4·(12–7)	81:9·2	12:(4+2)	12:(4–2)	15–2·3
⑲	2·5·9	9+1·10	(15–7):2	15–8:2	2·4+3·5
⑳	9:3+8:2	2·(9–3–2)	8+2·7	18–8–5	18–(8–5)
㉑	2·(5+3)	2·5+2·3	3·(7–2)	3·7–3·2	8+2·5+1
㉒	(8+2)·(5+1)	12–6·2	(12–6)·2	12:6:2	12:(6:2)
㉓	1+7·4	5·4–12	3·7–1	18+4·3	(9–2)·(7–5)
㉔	10–2·3	4·5·(1+5)	9:(4–1)	81:9:3	20:2–10
㉕	24:(10–2)	5·6+2	5·(6+2)	7–1·1·5	(7–1)·1·5
㉖	8·0·9	12·3·0	(13–9):2	14–8:2	(14–8):2

¡Qué sano es ejercitarlo!



Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Potencias con números naturales **Hoja 11**

Definición

Una **potencia** es una multiplicación repetida. El número que hay que multiplicar se llama **base** de la potencia y el número de factores se llama **exponente** de la potencia. El exponente se escribe más pequeño que la base y un poco más arriba (eso se llama un «superíndice»).

Ejemplo 1: $2^4 = 2·2·2·2 = 16$ (La base es 2 y el exponente es 4)

Ejemplo 2: $7^2 = 7·7 = 49$ (La base es 7 y el exponente es 2)

Ejemplo 3: $57^1 = 57$ (La base es 57 y el exponente es 1)

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones. Usa el lado derecho de la hoja si necesitas ayudarte en algún paso intermedio.

① $2^3 =$

② 5^2

③ 13^2

④ 137^1

⑤ 13^3

⑥ 5^5

⑦ 13^4

⑧ 302^2

⑨ 15^1

⑩ 2^5

Orden de cálculo

Cuando en alguna operación combinada aparecen potencias, el orden de cálculo es este:

1. Paréntesis
2. Potencias
3. Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha
4. Sumas y restas

Ejemplos

(Observa que es normal y sencillo hacer más de una operación en cada paso, cuando son operaciones independientes).

Ejemplo 4: $4 + 5^2 = 4 + 25 = 29$

Ejemplo 5: $3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$

Ejemplo 6: $(7 + 1)^2 = 8^2 = 64$

Ejemplo 7: $12^2 + 5^3 = 144 + 125 = 269$

Ejemplo 8: $10^3 - 2·45 = 1000 - 90 = 910$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones escribiendo todos los pasos. Usa el lado derecho de la hoja si necesitas ayudarte en algún paso intermedio.

⑪ $(4 \cdot 5)^2 =$

⑫ $3 + 7^2$

⑬ $5 \cdot 2^3$

⑭ $(3 \cdot 2)^2$

⑮ $3^2 \cdot 2^2$

⑯ $(2 + 3)^2$

⑰ $2^2 + 3^2$

⑱ $5 \cdot 11^2$

⑲ $4^2 - 3 \cdot 4$

⑳ $6^2 - 3^2$

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
㉑	32^1+8	2^2-2	$5^2:5$	0^3+0^4	8^2+1
㉒	9^2-1	$2+6^2$	$12:2^2$	$(12:2)^2$	$7^2:7$
㉓	1^5-1^8	$0^{20}+1^{25}$	$2\cdot10^2$	$5\cdot10^3$	$10\cdot5^2$
㉔	$2+3^3$	$2^2\cdot3^2$	$3+3^2$	3^3-7	$2\cdot(3-1)^2$
㉕	$2\cdot(4+6)^2$	1^4+4^1	10^2-10	$1+3^2$	$1\cdot37^1$
㉖	$(3+2):5^1$	6^2-2-3	$7^2-(4+5)$	$3^2\cdot5$	$2\cdot5^2$
㉗	$2+1^8$	$17-2^3$	3^4+3	$(8-5)^4$	$10-2^3$

Cuadrado de un número

Llamamos **cuadrado** de un número al resultado de elevar ese número a la segunda potencia.

Ejemplo 1: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$ (el cuadrado de 7 es 49)

Ejemplo 2: $21^2 = 21 \cdot 21 = 441$ (el cuadrado de 21 es 441)

Tabla de cuadrados

Para poder entender mejor la raíz cuadrada, es importante que te sepas de memoria tantos cuadrados como puedas de los números del 1 al 20. Rellena la siguiente tabla. Usa la parte en blanco si necesitas ayudarte en las operaciones.

Número	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cuadrado											

Número	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Cuadrado										

Raíz cuadrada

La raíz cuadrada de un número natural es otro número natural que elevado al cuadrado da como resultado el número original.

Ejemplo 3: la raíz cuadrada de 49 es 7 porque $7^2 = 49$

Ejemplo 4: la raíz cuadrada de 441 es 21 porque $21^2 = 441$

El símbolo para la raíz cuadrada es √. Los ejemplos 3 y 4 escriben así:

Ejemplo 3: $\sqrt{49}=7$; ejemplo 4: $\sqrt{441}=21$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones:

① $\sqrt{81}=$

② $\sqrt{100}$

③ $\sqrt{289}$

④ $\sqrt{400}$

⑤ $\sqrt{64}$

⑥ $\sqrt{361}$

Raíz exacta y raíz entera

Muchas veces no es posible encontrar un número que elevado al cuadrado nos dé el número pedido.

Por ejemplo, queremos la raíz cuadrada de 30; $5^2=25$ y nos quedamos cortos; $6^2=36$ y nos pasamos. En ese caso decimos que la raíz entera de 30 es 5 y podemos escribir $5<\sqrt{30}<6$.

Cuando sí es posible encontrar el número, decimos que la raíz es exacta; por ejemplo, la raíz exacta de 9 es 3 y escribimos $\sqrt{9}=3$

Ejercicios

En las siguientes raíces debes distinguir si la raíz es exacta o entera y escribir la expresión correspondiente.

⑦ $\sqrt{16}$. Solución: la raíz exacta de 16 es 4: $\sqrt{16}=4$

⑧ $\sqrt{78}$. Solución: la raíz entera de 78 es 8: $8<\sqrt{78}<9$

⑨ $\sqrt{121}$

⑩ $\sqrt{150}$

⑪ $\sqrt{169}$

⑫ $\sqrt{380}$

Orden de cálculo

Cuando en alguna operación combinada aparecen raíces, el orden de cálculo es este:

1. Paréntesis
2. Potencias y raíces
3. Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha
4. Sumas y restas

Además, hay que tener en cuenta que el símbolo de raíz incluye dentro un paréntesis implícito (es decir: está, pero no se ve).

Ejemplo: $\sqrt{9+16}$ significa $\sqrt{(9+16)}$

Ejemplos

Ejemplo 5: $\sqrt{9}+16=3+16=19$; ejemplo 6: $\sqrt{12\cdot 3}=\sqrt{36}=6$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones escribiendo todos los pasos.

⑬ $\sqrt{9}+\sqrt{16}$

⑭ $5\cdot\sqrt{81}:3$

⑮ $\sqrt{100}-\sqrt{9}+\sqrt{225}$

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
⑯	$31\cdot\sqrt{0}$	$20-\sqrt{16}$	$2\cdot\sqrt{225}+3$	$\sqrt{30+6}$	$\sqrt{121-21}$
⑰	$\sqrt{121}+21$	$\sqrt{81}+2^3$	$30:\sqrt{25}$	$\sqrt{25}+\sqrt{100}$	$\sqrt{100}-\sqrt{25}$
⑱	$(\sqrt{4}+1)^2$	$(\sqrt{1}+1)^3$	$(\sqrt{0}+\sqrt{100})^2$	$\sqrt{38-\sqrt{4}}$	$2+3\cdot\sqrt{64}$

Múltiplos y divisores

Comenzamos por un ejemplo: sabemos que $5 \cdot 6 = 30$

A partir de esta igualdad podemos decir:

- 5 es divisor de 30; 6 es divisor de 30
- 30 es divisible entre 5; 30 es divisible entre 6
- 30 es múltiplo de 5; 30 es múltiplo de 6

En general, si **a·b=c**, decimos que a y b son **divisores** de c y que c es **múltiplo** de a y b.

Ejemplos

1. Los cinco primeros múltiplos de 7 son 7, 14, 21, 28 y 35.
2. Todos los divisores de 6 son 1, 2, 3 y 6.

Ejercicios

① Escribe los seis primeros múltiplos de 2 →

② Escribe todos los divisores de 4 →

③ Escribe los cinco primeros múltiplos de 11 →

④ Escribe todos los divisores de 12 →

⑤ Escribe los cuatro primeros múltiplos de 13 →

⑥ Escribe todos los divisores de 15 →

Primos y compuestos

Un número **primo** es aquel que tiene exactamente dos divisores distintos; un número **compuesto** es el que tiene más de dos divisores distintos.

Ejemplos: el 5 solo se puede escribir como producto únicamente como $1 \cdot 5=5$, luego tiene exactamente dos divisores (el 1 y el 5), luego es un número primo; el 6 se puede escribir como producto de al menos dos formas distintas: $1 \cdot 6=6$ y $2 \cdot 3=6$, luego tiene al menos cuatro divisores (1, 2, 3, 6), luego es un número compuesto. El 1 solo se puede escribir como producto de una manera: $1 \cdot 1=1$, luego solo tiene un divisor (el 1), luego no es primo. Es un número especial.

Números primos menores de 20

Los números primos menores de 20 son **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19**.

Criterios de divisibilidad

Son métodos muy rápidos para averiguar si un número es divisible entre otro pero sin necesidad de hacer la división ni de encontrar factores de un producto.

Criterio del 2

Un número es divisible entre **2** cuando su última cifra es 0, 2, 4, 6 u 8.

Ejemplos: 14, 30 y 1004 son divisibles entre 2; 107 y 309 no lo son.

Ejercicios: di si estos números son o no divisibles entre 2: 29, 24, 27.

Criterio del 3

Un número es divisible entre **3** cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

Ejemplo: 1554 es divisible entre 3 porque la suma de las cifras es 15.

Ejemplo: 107 no es divisible entre 3 porque 1+0+7=8 no lo es.

Ejercicios: di si estos números son o no divisibles entre 3: 36 , 24 , 41 .

Criterio del 5

Un número es divisible entre **5** cuando su última cifra es 0 o 5.

Ejemplos: 15, 40 y 10090 son divisibles entre 5; 99 y 34 no lo son.

Ejercicios: di si estos números son o no divisibles entre 5: 55 , 43 , 70 .

Ejercicios

Indica si los siguientes números son divisibles entre 2, entre 3 y entre 5. Escribe en cada cuadro "Sí" para indicar que el número es divisible y "No" para indicar que no lo es.

Número	Divisible entre 2	Divisible entre 3	Divisible entre 5
25			
121			
66			
1002			
405			
539			
1694			
1125			
1331			
2401			
576			
1089			
1875			
3773			
9317			
1232			
45			
222			
505			
1099			
400			
305			

Criterio del 7

Un número es divisible entre **7** cuando la diferencia entre las decenas y el doble de las unidades es 0 o múltiplo de 7.

Ejemplo 1: 133 es divisible entre 7 porque 13−6=7 es múltiplo de 7.

Ejemplo 2: 317 no es divisible entre 7 porque 31−14=17 no es múltiplo de 7.

Ejercicio 1: ¿es 119 divisible entre 7?

Ejercicio 2: ¿es 165 divisible entre 7?

Cuando el número tiene más cifras, puede ser necesario aplicar el criterio al resultado de la resta.

Ejemplo 3: para saber si 1694 es múltiplo de 7 hacemos la resta 169−8=161 y para saber si 161 es múltiplo de 7 hacemos la resta 16−2=14; como el resultado es múltiplo de 7, el número 1694 sí es múltiplo de 7.

Ejercicio 3: ¿es 3703 divisible entre 7?

Criterio del 11

Un número es divisible entre **11** cuando la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar par y la suma de las cifras que ocupan lugar impar es 0 o múltiplo de 11.

Ejemplo 4: 5863 es divisible entre 11 porque 5+6=11, 8+3=11 y 11−11=0.

Ejemplo 5: 43 802 es divisible entre 11 porque 4+8+2=14, 3+0=3 y 14−3=11.

Ejercicio 4: ¿es 2783 divisible entre 11?

Ejercicio 5: ¿es 43229 divisible entre 11?

Ejercicios

Indica si los siguientes números son divisibles entre 7 y entre 11. Escribe en cada cuadro “Sí” para indicar que el número es divisible y “No” para indicar que no lo es.

Número	Div. entre 7	Div. entre 11	Operaciones
462			
1127			
2783			

Ejercicios

Indica si los siguientes números son divisibles entre 2, entre 3, entre 5, entre 7 y entre 11. Escribe en cada cuadro "Sí" para indicar que el número es divisible y "No" para indicar que no lo es.

Número	Div. 2	Div. 3	Div. 5	Div. 7	Div. 11	Operaciones
121						
143						
1001						
600						
343						
187						
125						
99						
1002						
222						
720						
555						
24						
35						
104						
203						
44						
99						
1005						

Descomposición en factores primos

Descomponer un número en factores primos consiste en escribir el número como un producto en el que todos los factores sean números primos. Si algún número primo se repite, se escribe como potencia.

Ejemplo: $1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

Método para descomponer un número en factores primos

Se empieza por ver si el número es divisible entre 2. Si lo es, se hace la división; si no lo es, se prueba con el siguiente primo. Así sucesivamente, hasta que la última división dé 1.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 1260 & 2 \\ 630 & 2 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad 1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

Ejercicios

Descompón en factores primos los siguientes números:

a) 18 b) 450 c) 104 d) 539

Mínimo común múltiplo

El mínimo común múltiplo de varios números (en abreviatura, **mcm**) es, como su nombre indica, el más pequeño de todos los múltiplos comunes a todos esos números.

Ejemplo para entender la idea

Vamos a averiguar el mcm (4, 6).

Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64,...

Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66,...

Múltiplos comunes de 4 y 6: 12, 24, 36, 48, 60,...

El menor de los múltiplos comunes: 12; por tanto: mcm (4, 6) = 12

Método de cálculo

El ejemplo anterior solo sirve para entender el concepto, pero no es un buen método de cálculo. El método que se usa es este:

1. Se descomponen en factores primos los números.
2. El mcm es el producto de todos los factores primos de todos los números elevados al mayor exponente que aparezca.

Ejemplo

Vamos a calcular el mcm (12, 40).

Descomponemos en factores primos el 12: $12 = 2^2 \cdot 3$

Descomponemos en factores primos el 40: $40 = 2^3 \cdot 5$

Entonces, mcm (12, 40) = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

Ejercicios

Calcula los siguientes mcm: ① mcm (9, 6); ② mcm (30, 36); ③ mcm (90, 198)

Los números enteros

Los números enteros incluyen los números **naturales**, los números **negativos** y el **cero**. Se escribe $\mathbb{Z} = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

Representación gráfica

Los números enteros se representan gráficamente en una **recta**; así:

```
… −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1  0  1  2  3  4  5  6  7  8 …
 ──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──┼──
```

Ejercicios

① Representa gráficamente los números enteros 45, 46, 47 y 48.

② Representa gráficamente los números enteros −33, −32, −31 y −30.

③ Representa gráficamente los números enteros 19, 18 y 17.

④ Representa gráficamente los números enteros −105, −106 y −107.

Orden de los números enteros

Los números enteros están **ordenados**: siempre se puede saber si un número es **mayor** o **menor** que otro. El que se represente gráficamente más a la izquierda es menor que el que se represente gráficamente más a la derecha.

Ejemplo 1: −4 es menor que 8; se escribe $-4 < 8$

Ejemplo 2: 7 es mayor que −2; se escribe $7 > -2$

Ejercicios

Escribe en el recuadro el signo que corresponda («>» o «<»)

⑤ −6 ☐ −4	⑧ −5 ☐ −8	⑪ 8 ☐ −3	⑭ −8 ☐ 0
⑥ 0 ☐ −1	⑨ 13 ☐ 0	⑫ −34 ☐ −100	⑮ 13 ☐ −32
⑦ 34 ☐ 31	⑩ −17 ☐ −15	⑬ 0 ☐ −45	⑯ −15 ☐ 9

Suma de dos números enteros

La suma de números enteros se escribe poniendo los números uno detrás del otro, para **ahorrarnos paréntesis** que hacen difícil la lectura.

Ejemplo 1: (+8) + (–5) se escribe sencillamente 8–5

Ejemplo 2: (–6) + (+4) se escribe sencillamente –6+4

Si se suman **dos números positivos**, el resultado es **positivo**.

Ejemplos: 7 + 3 = 10; 12 + 4 = 16; 10 + 13 = 23

Si se suman **dos números negativos**, el resultado es **negativo**.

Ejemplos: –7 –3 = –10; –12 –4 = –16; –10 –13 = –23

Si se suman **un positivo y un negativo**, el resultado tiene el **signo del mayor**.

Ejemplos: –7 + 3 = –4; 12 –4 = 8; 10 –13 = –3

El resultado **puede dar cero**.

Ejemplos: –7 + 7 = 0; 12 –12 = 0

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	B	C	D	E
⑰	8+9	–3–4	17–17	5–2	2–5
⑱	10–12	13–10	–10–13	12+5	–12+5
⑲	18+3	18–3	–18+3	–18–3	3–18
⑳	2–20	–5–15	18–20	30–15	–30–15
㉑	17–14	14–17	–14–17	21–21	13–31
㉒	2–3–5	8+4–5	–1–2–3	5–10+2	8+12–30
㉓	–7–8+5	10+2–12	–8+3+5	8–10+1	–13+3–20

Suma de más de dos números enteros

Cuando se suman más de dos números enteros es posible elegir el orden de la suma e incluso cómo se agrupan los números, porque el resultado siempre es el mismo. Por eso, no es necesario utilizar paréntesis.

Ejemplo: vamos a sumar –7+10–8 de tres maneras distintas:

Manera 1: el orden natural de izquierda a derecha: –7+10–8 = 3–8 = –5

Manera 2: de derecha a izquierda: –7+10–8 = –7+2 = –5

Manera 3: agrupando positivos y negativos: –7+10–8 = –15+10 = –5

Ejercicio: suma –11+9–5+4 de tres maneras distintas:

Manera 1: de izquierda a derecha: –11+9–5+4 =

Manera 2: de derecha a izquierda: –11+9–5+4

Manera 3: agrupando positivos y negativos: –11+9–5+4

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	B	C	D	E
①	3+9–20–5	–3+12–4	5+17–17	7+5–2–4	7–2–5+1
②	12+10–12–10	4–7+8–5	–10+6–13	8+12+5–20	–8+12+5
③	18–25+3	8–3–4–6	–1–5–7+9	–3+6–7+2	30–18–2
④	25–20+4	–5+50–15	12+18–20	30–15–15	–30+5–15
⑤	–7+17–14	–14–17+20	30–3–4+1	8–2+1–7	8+13–31

Suma de números enteros mayores

Cuando los números que hay que sumar no permiten el cálculo mental, lo más cómodo es sumar todos los números positivos por un lado (se obtiene un número positivo), todos los números negativos por otro (se obtiene un número negativo) y por último sumar los dos números obtenidos.

Ejemplo 1 → 32–17+41–53 = 73–70 = 3

Ejemplo 2 → –67+23–15+31 = –82+54 = –28

Ejercicios

⑥ 33–86+50–13 =

⑦ –67+12–29+56

⑧ 56–14+73–78

⑨ 90–56+14–18

⑩ –32+44–19+66

Ejemplo

Puede ser necesario hacer operaciones auxiliares. En ese caso, se recomienda escribirlas debajo de la línea en la que se va escribiendo el desarrollo.

185–229+308–798+78–33 = 571–1060 = –489

$$\begin{array}{r} 185 \\ 308 \\ +\ \ 78 \\ \hline 571 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 229 \\ 798 \\ +\ \ 33 \\ \hline 1060 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1060 \\ -\ \ 571 \\ \hline 489 \end{array}$$

Ejercicios

⑪ 239–336+171–120+75–190 =

⑫ –756+480–72+89–644+172

⑬ 34–78+105–406+893–37

Producto y división de dos números enteros

Tanto para multiplicar como para dividir dos números enteros hay que averiguar el signo del resultado usando **la regla de los signos** y luego escribir el resultado de la operación como si fueran números naturales.

Regla de los signos

Si los dos números son del mismo signo, el resutado es positivo.

Si los dos números son de distinto signo, el resutado es negativo.

Resumen: mismo signo → positivo   distinto signo → negativo

Ejemplos

En Matemáticas no está permitido escribir seguidos dos signos de operación; por eso, si el segundo número es negativo, debe ir entre paréntesis.

a) 8·(–2) = –16   b) –8·4 = –32   c) 48:(–6) = –8   d) –10:(–2) = 5

Cálculo mental

Realiza las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
①	5·4	15:5	16:(–4)	–32:(–8)	22:11
②	(–22):11	22:(–11)	5·(–10)	(–4)·(–3)	7·(–3)
③	40:(–4)	(–8)·3	7·(–5)	25:(–5)	–30·3
④	(–3):(–3)	8·(–10)	100·(–1)	–100:(–2)	22·(–2)
⑤	33:(–3)	–9·(–3)	8:(–4)	(–45):(–9)	70·(–2)
⑥	34:(–2)	–41·4	(–3)·(–10)	–70:(–10)	–6·(–4)

Cálculo mental

Averigua qué número debería ocupar el lugar del signo «□» para que se verifique la igualdad y escríbelo en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
⑦	16·□ = –32	□·(–3) = 33	16:□ = –4	8·□ = 16	–7·□ = 14
⑧	–8:□ = –2	10:□ = –5	□:(–9) = 9	80:□ = 10	4·□ = –24
⑨	□:8 = 8	□:(–8) = 8	□:(–8) = –8	□·(–8) = 8	□·(–8) = –8
⑩	12:(–4) = □	30:□ = –5	49:□ = 7	49:□ = –7	4·(–7) = □
⑪	4:□ = 4	–4:□ = 4	40:□ = –10	7·□ = –14	7·□ = 56
⑫	–7·□ = –56	33:□ = –3	8:(–2) = □	66:□ = –22	40:□ = –5

Ejercicios

Rellena los huecos de modo que se llegue al resultado indicado.

⑬ $32 \xrightarrow{:2} \boxed{} \xrightarrow{:(-4)} \boxed{} \xrightarrow{:(-2)} \boxed{} \xrightarrow{\cdot(-5)} \boxed{} \xrightarrow{\cdot 3} -30$

⑭ $4 \xrightarrow{\cdot(-3)} \boxed{} \xrightarrow{:4} \boxed{} \xrightarrow{\cdot 7} \boxed{} \xrightarrow{\cdot(-2)} \boxed{} \xrightarrow{:3} 14$

⑮ $-77 \xrightarrow{:(-11)} \boxed{} \xrightarrow{\cdot(-2)} \boxed{} \xrightarrow{:7} \boxed{} \xrightarrow{\cdot(-3)} \boxed{} \xrightarrow{:2} 3$

⑯ $72 \xrightarrow{:(-2)} \boxed{} \xrightarrow{:(-3)} \boxed{} \xrightarrow{:2} \boxed{} \xrightarrow{:3} \boxed{} \xrightarrow{\cdot(-5)} -10$

Producto y división de más de dos números enteros

Hay que respetar el orden de izquierda a derecha y aplicar en cada paso la regla de los signos.

Ejemplo: 45:(–9)·4:(–2) = –5·4:(–2) = –20:(–2) = 10

Ejercicio

Calcula paso a paso

⑰ 80:(–2):4·(–1) =

Operaciones combinadas con números enteros **Hoja 19**

Orden de cálculo

Afortunadamente, el orden de cálculo en las operaciones combinadas con números enteros es el mismo que con números naturales. Y esto es algo que ya no va a cambiar. Recuerda:

1. Paréntesis.
2. Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha
3. Sumas

Verás que no se dice nada de las restas. Las vamos a trabajar de esta manera: cuando haya un signo menos delante de un número negativo, cambiamos el número a positivo. Ejemplo: **$-(-6) = 6$**. Es como decir que es lo mismo quitarte una deuda que darte dinero. Ejemplo: quitarte una deuda de 6 € es lo mismo que darte 6 €.

Ejemplos de operaciones combinadas

Las vamos a calcular paso a paso, para que se vea bien:

Ejemplo 1 → $4 + 5 \cdot (-6) = 4 - 30 = -26$

Ejemplo 2 → $16 : (-8) - (-2) = -2 + 2 = 0$

Ejemplo 3 → $2 - 3 \cdot (-7 + 1) = 2 - 3 \cdot (-6) = 2 - (-18) = 2 + 18 = 20$

Ejemplo 4 → $2 \cdot 3 - (4 - 9) = 6 - (-5) = 6 + 5 = 11$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones escribiendo todos los pasos:

① $(4 + 5) : (-3) =$

② $(16 - 32) : (8 : 2)$

③ $3 \cdot (-7) + 4 \cdot (-5)$

④ $80 : (-4) + 4 \cdot 2$

⑤ $(-3) \cdot 5 - (8 - 12)$

⑥ $8 : (-2) + 2 \cdot (-5) - (-4)$

⑦ $-40 : 4 - 3 \cdot (-3)$

⑧ $12 : (-2) - (-4) + 4 \cdot (-3)$

⑨ $(15 + 25) : (-5) - (7 - 8)$

⑩ $12 : (-6) - (2 - 7)$

⑪ $4 \cdot (-7) + 10 : (-5)$

⑫ $10:(-10):(-1) + 6 \cdot 2 - 5 \cdot (-2)$

⑬ $8 - 30 : 6 - 30 : 5$

⑭ $(3 - 27) : (-2) + (-3)\cdot 2 - (-10)$

⑮ $18 - (2 - 3 \cdot 4)$

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	B	C	D	E
⑯	1–7·3	(7+1):(–2)	9·4:(–36)	–20+3–4	2·(–1)+5·3
⑰	4·(–12+7)	81:9·(–2)	12:(4–2)	–6:(–4+2)	8–(–9)
⑱	2–5·9	–9–2·10	–3–(2+4)	15–8·2	2·4–3·5
⑲	9:3–8:2	2·(–9–3)	–8+2·7	(8–8)·(–5)	18–(–8+5)
⑳	2·(–5+3)	2·5–2·(–3)	–3·(7–2)	3·(–7)–3·2	8–2·5+1
㉑	(8+4):(5–1)	12–6·(–2)	(–12+6):2	12–6:(–2)	–12+6:2
㉒	1+7·(–4)	5·(–4)–12	(–3)·7–1	–18+4·3	(–9–2)·(1–5)
㉓	–10–2·3	4·5·(1–5)	9:(–4+1)	81:(–9):3	–20:2–10
㉔	24:(–10+2)	5·6–2·10	5·(–6+2)	7–1·(–1)·5	(–7–1)·5
㉕	8–(–3)	–2–(3+10)	(–13–9):2	4–18:2	(4–8):2
㉖	17·(–5)·0	3·(–4)+0·8	33:(–33)+1	2·3–(–6)	8·(–1)–1

Ejercicios de representación gráfica

① Representa gráficamente los números enteros 16, 17, 18 y 20.

② Representa gráficamente los números enteros –12, –11, –10 y –9.

③ Representa gráficamente los números enteros 55, 56 y 57.

④ Representa gráficamente los números enteros –77, –78 y –79.

Ejercicios de ordenación de números

Escribe en el recuadro el signo que corresponda («>» o «<»)

⑤ –7 ☐ –4	⑧ –6 ☐ –9	⑪ 9 ☐ –4	⑭ –13 ☐ 0
⑥ 0 ☐ –8	⑨ 23 ☐ 0	⑫ –74 ☐ –200	⑮ 15 ☐ –31
⑦ 74 ☐ 71	⑩ –18 ☐ –16	⑬ 0 ☐ –59	⑯ –16 ☐ 7

Cálculo mental básico

Realiza las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	B	C	D	E
⑰	–5+4	15:(–5)	5^2	–32–8	–22+11
⑱	(–22):11	12^1	0^7	(–4)·(–3)	$\sqrt{64}$
⑲	18–4	10^3	7·(–5)	25:(–5)	$\sqrt{81}$

Ejercicio de sumas con números grandes

Realiza la siguiente suma de números enteros escribiendo todas las operaciones auxiliares que necesites.

⑳ 259–651+183–162+45–293 =

Ejercicios de operaciones combinadas

Realiza las siguientes operaciones escribiendo todos los pasos:

㉑ (8 + 7) : (–3) =

㉒ (8 – 16) : (8 : 2)

㉓ 3 · (–6) + 4 · (–3)

㉔ 40 : (–4) + 5 · 2

㉕ (–3) · 5 – (8 – 11)

㉖ 8 : (–4) + 2 · (–6) – (–9)

㉗ –12 : 4 – 3 · (–7)

㉘ 18 : (–2) – (–8) + 5 · (–3)

㉙ (25 + 15) : (–5) – (7 – 9)

㉚ 12 : (–2) – (2 – 7)

Cálculo mental

Realiza las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
㉛	2–5·3	(7+3):(–2)	4·6:(–24)	–22+8–1	4·(–1)+2·3
㉜	4·(–13+9)	18:9·(–2)	16:(4–2)	–8:(–4+2)	10–(–9)
㉝	2–5·10	–9·1–2·10	–3–(2+5)	10–8·3	2·5–3·4
㉞	6:3–4:2	2·(–9–4)	–5+2·6	(8–9)·(–7)	19–(–5+5)

Divisiones de la unidad

Si divides una unidad en 10 partes, cada parte se llama una **décima**.

Si divides una unidad en 100 partes, cada parte se llama una **centésima**.

Si divides una unidad en 1000 partes, cada parte se llama una **milésima**.

Se escriben así: una décima: 0,1 | una centésima: 0,01 | una milésima: 0,001

Están relacionadas entre sí: 0,1 = 10 centésimas; 0,01 = 10 milésimas

Leer y escribir números decimales

Ejemplos

a) dos décimas ↔ 0,2

b) quince centésimas ↔ 0,15

c) trescientas ocho milésimas ↔ 0,308

d) 0,048 ↔ cuarenta y ocho milésimas

e) 0,08 ↔ ocho centésimas

f) 0,7 ↔ siete décimas

Ejercicios

Escribe los siguientes números de la forma diferente a la que te den:

① Tres décimas ↔

② Veinticinco centésimas ↔

③ Doscientas tres milésimas ↔

④ 0,089 ↔

⑤ 0,8 ↔

⑥ 0,51 ↔

Los números decimales tienen **parte entera** y **parte decimal**, separadas por una **coma**; la parte entera puede ser cero.

Ejemplos

g) 3,15 ↔ tres unidades y quince centésimas

h) cien unidades y cuarenta y cinco milésimas ↔ 100,045

Ejercicios

Escribe los siguientes números de la forma diferente a la que te den:

⑦ 34,9 ↔

⑧ 9,032 ↔

⑨ Cinco unidades y noventa y dos centésimas ↔

⑩ Tres unidades y cuatro décimas ↔

⑪ 1,005 ↔

⑫ Veinte unidades y trescientas quince milésimas ↔

⑬ 9,27 ↔

Orden de los números decimales

Los números decimales están **ordenados**: siempre se puede saber si un número es **mayor** o **menor** que otro. Basta ir comparando cifras hasta la primera que sea diferente.

Ejemplo 1: 4,03 es menor que 4,1; se escribe 4,03 < 4,1

Ejemplo 2: 7,22 es mayor que 7,19; se escribe 7,22 > 7,19

Ejercicios

Escribe en el recuadro el signo que corresponda («>» o «<»)

⑭ 6,9 □ 4,2

⑮ 0,1 □ 1,01

⑯ 3,4 □ 3,1

⑰ 5,34 □ 5,4

⑱ 1,3 □ 1,31

⑲ 1,7 □ 1,5

⑳ 8,003 □ 8,01

㉑ 3,4 □ 10

㉒ 0 □ 4,5

㉓ 8,01 □ 0

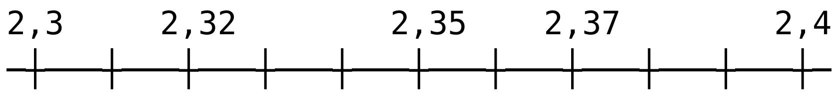
㉔ 1,3 □ 1,32

㉕ 1,5 □ 1,51

Representación gráfica

Los números decimales se representan gráficamente en la misma **recta** que los números enteros y ocupan los lugares intermedios.

Cuando se representa un número decimal casi siempre interesa distinguir la última cifra de la penúltima. Ejemplo: para representar los números 2,32, 2,35 y 2,37 usaremos las décimas anterior (2,3) y posterior (2,4) como extremos del dibujo:



Ejercicios

Representa gráficamente los números pedidos.

㉖ 1,2 y 1,6

㉗ 2,343 y 2,348

㉘ 7,24 y 7,29

㉙ 1,8 y 2,6. Sugerencia: representa el 1, el 2 y el 3.

㉚ 2,98 y 3,03. Sugerencia: representa el 2,9, el 3 y el 3,1

Colocación de los números

Para sumar o restar números con decimales se deben colocar alineadas verticalmente las comas de todos los números; así se consigue que las cifras de las unidades, décimas, decenas, centésimas, etcétera, queden alineadas también.

Ejemplo 1: **23,3 + 8,81 = 32,11** Ejemplo 2: **67,7 − 41,38 = 26,32**

$$\begin{array}{r} 23{,}3 \\ +\ \ 8{,}81 \\ \hline 32{,}11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 67{,}7 \\ -\ 41{,}38 \\ \hline 26{,}32 \end{array}$$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones; escribe el resultado a la derecha, tras un signo igual y coloca las operaciones un poco más abajo, como en los ejemplos.

① 45,86 + 15,9 =

② 2,37 − 2,154

③ 0,23 + 1,2 + 13,041

④ 78 − 0,275

⑤ 8,004 + 12,32 + 1,5685

⑥ 13,1 − 12,975

⑦ 0,234 + 1,5 + 72,00376

⑧ 41,3 − 41,2765

Cálculo mental

Realiza las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	B	C	D	E
⑨	0,2+0,3	0,14+0,5	1,6–1,4	0,4–0,1	1+0,7
⑩	1–0,3	2+5,7	2+0,03	0,04+0,12	4–0,28

Problemas

Los siguientes **problemas** requieren utilizar **una o más** operaciones de suma, o resta de números decimales. Escribe las operaciones necesarias, explicando qué significan, realízalas y contesta a lo preguntado.

⑪ Una persona compra un bocadillo por 3,5 euros, una bebida por 1,95 euros y un dulce por 0,85 euros. ¿Cuánto tiene que pagar en total?

⑫ Vas a comprar un cuaderno por 2,15 euros y un bolígrafo por 0,95 euros y llevas un cupón de descuento de 0,5 euros. ¿Cuánto tienes que pagar?

⑬ Vas con tu hermano a comprar ropa. Te compras una camisa por 12,3 euros; tu hermano compra un pantalón por 15,45 euros. Tú llevas un cupón de descuento de 1,5 euros y tu hermano lleva uno de 2,35 euros. ¿Cuánto dinero tenéis que dejar en la tienda?

Multiplicación de números decimales

Método para multiplicar

Para multiplicar números con decimales se realiza la operación como si fueran números naturales y se le pone al resultado tantas cifras decimales como haya, en total, en los factores.

Ejemplo 1 → **1,3 · 3,81 = 4,953**

```
   3,8 1
 ×   1,3
  ──────
 1 1 4 3
   3 8 1
 ───────
 4,9 5 3
```

Ejemplo 2 → **78,3 · 30,2 = 2364,66**

```
        7 8,3
      × 3 0,2
        ─────
      1 5 6 6
  2 3 4 9
 ────────────
  2 3 6 4,6 6
```

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones; escribe el resultado a la derecha, tras un signo igual y coloca las operaciones un poco más abajo, como en los ejemplos.

① 3,5 · 1,9 =

② 2,37 · 2,4

③ 0,014 · 1,8

④ 53,1 · 2,05

Multiplicación por potencias de diez

Para multiplicar un número por una potencia de diez basta con mover la coma hacia la derecha tantas posiciones como ceros tenga la potencia de diez.

Ejemplo 3 → **2,458 · 100 = 245,8**

Ejemplo 4 → **0,00176 · 1000 = 1,76**

Ejercicios

Calcula directamente:

⑤ 1,67 · 10 =

⑥ 134,765 · 100

⑦ 0,933 567 · 1000

⑧ 1,35 · 10

Cálculo mental

Realiza las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	B	C	D	E
⑨	$0{,}2 \cdot 0{,}3$	$4 \cdot 0{,}6$	$5 \cdot 0{,}3$	$4{,}45 \cdot 10$	$1 \cdot 0{,}7$
⑩	$0 \cdot 6{,}37$	$2 \cdot 5{,}7$	$100 \cdot 0{,}013$	$0{,}1 \cdot 45$	$1000 \cdot 1{,}2367$

Problemas

Los siguientes **problemas** requieren utilizar **una o más** operaciones de suma, resta o multiplicación de números decimales. Escribe las operaciones necesarias, explicando qué significan, realízalas y contesta a lo preguntado.

⑪ Si para comprar una entrada de cine hay que gastarse 6,7 euros, ¿cuánto hay que gastarse para comprar cuatro entradas?

⑫ En una heladería, los helados de una bola cuestan 3,4 euros y los de dos bolas cuestan 6,15 euros. Si compras cinco helados de una bola y cuatro de dos, ¿cuánto tienes que pagar?

⑬ Te compras en una tienda seis camisetas que cuestan 12,35 euros cada una y llevas un cupón de descuento de 10,55 euros. ¿Cuánto dinero tienes que dejar en la tienda?

División decimal de números naturales **Hoja 24**

Cociente decimal

Si la división de dos números enteros no es exacta, se puede **continuar dividiendo el resto** y obtener como cociente un número decimal. Si se llega en algún momento a un resto 0, se dice que el cociente es un **número decimal exacto**.

Para hacerlo, se puede ir bajando el 0 de las décimas, el 0 de las centésimas y así sucesivamente.

Ejemplo: dividendo: 11, divisor: 8. Copia aquí la explicación de la pizarra.

Solución → 11:8 = 1,375

Ejercicios: realiza las siguientes divisiones del modo explicado, escribiendo al final la igualdad obtenida.

① Dividendo: 16; divisor: 5

② Dividendo: 15; divisor: 4

③ Dividendo: 7; divisor: 2

④ Dividendo: 17; divisor: 8

⑤ Dividendo: 84; divisor: 25

⑥ Dividendo: 77; divisor: 50

Problemas

Los siguientes problemas requieren **una sola división decimal** para poder ser resueltos. Escribe la operación, realízala y contesta a lo que te pregunten.

⑦ Si pagas tres euros por cuatro bolsas de chuches, ¿cuánto cuesta cada bolsa?

⑧ En un parque hay seis árboles en fila y la distancia entre cada dos siempre es la misma. Si del primer árbol al sexto hay 13 metros, ¿cuál es la distancia entre el tercero y el cuarto?

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
⑨	1:2	3:2	1:5	3:5	1:4

División de número decimal entre número natural **Hoja 25**

Método para dividir un número decimal entre un natural

Al bajar la cifra de las décimas del dividendo, escribimos la coma del cociente.

Si el resto que se obtiene no es 0, se pueden ir bajando más ceros del dividendo; si se llega en algún momento a un resto 0, se dice que el cociente es un **número decimal exacto**.

Ejemplo 1: dividendo: 13,5, divisor: 4. Copia aquí la explicación de la pizarra.

Solución → 13,5 : 4 = 3,375

Ejercicios: realiza las siguientes divisiones del modo explicado, escribiendo al final la igualdad obtenida.

① Dividendo: 12,6; divisor: 5

② Dividendo: 37,6; divisor: 4

③ Dividendo: 41,17; divisor: 2

④ Dividendo: 17,4; divisor: 8

⑤ Dividendo: 0,2; divisor: 25

⑥ Dividendo: 3,5; divisor: 50

División entre potencias de diez

Para dividir un número entre una potencia de diez basta con mover la coma hacia la izquierda tantas posiciones como ceros tenga la potencia de diez.

Ejemplo 2: **245,8 : 100 = 2,458** Ejemplo 3: **176 : 1000 = 0,176**

Ejercicios

Calcula directamente:

⑦ 16,7 : 10 =

⑧ 134,7 : 100

⑨ 933 567 : 1000

⑩ 135,6 : 10

Problemas

Los siguientes problemas requieren **una sola división decimal** para poder ser resueltos. Escribe la operación, realízala y contesta a lo que te pregunten.

⑪ Si das tres vueltas a un circuito corres en total 6,3 kilómetros. ¿Cuál es la longitud del circuito?

⑫ Compras cinco tartas iguales, las pesas en tu casa y averiguas que juntas tienen una masa de 8,6 kilogramos. ¿Cuánto pesa cada una?

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
⑬	12,3 : 10	3,9 : 3	10,5 : 5	0,2 : 10	1,5 : 2

Método para dividir entre un divisor decimal

Hay que **convertir** el divisor en un número **sin decimales**. Para ello, se multiplican el dividendo y el divisor por la **misma** potencia de diez, la que sea necesaria.

Tras ese paso, se continúa con la división resultante. Vamos a trabajar ejemplos en los que el cociente es exacto, para evitar trabajar con el resto. El resultado puede ser un número natural o un número decimal.

Ejemplo: dividendo: 7,65; divisor: 1,5

Primer paso: como el divisor tiene una cifra decimal, multiplicamos el dividendo y el divisor por 10: 7,65 : 1,5 = 76,5 : 15

Segundo paso: hacemos la división obtenida: 76,5 : 15 = 5,1

Solución → 7,65 : 1,5 = 5,1

Ejercicios: realiza las siguientes divisiones del modo explicado, escribiendo al final la igualdad obtenida.

① Dividendo: 1; divisor: 0,4

② Dividendo: 7,6; divisor: 0,05

③ Dividendo: 36; divisor: 1,2

④ Dividendo: 0,003; divisor: 0,6

⑤ Dividendo: 2,4; divisor: 0,25

⑥ Dividendo: 3,5; divisor: 0,5

Problemas

Los siguientes problemas requieren **una sola división** para poder ser resueltos. Escribe la operación, realízala y contesta a lo que te pregunten.

⑦ Si en un solo paso avanzas 0,8 metros, ¿cuántos pasos necesitas para avanzar 32 metros?

⑧ Compras 2,5 kilogramos de pasteles por 17,5 euros. ¿Cuánto cuesta cada kilogramo?

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
⑨	1 : 0,2	1 : 0,5	0,6 : 0,3	1,2 : 0,4	1,8 : 0,6

Problemas y cálculo mental con números decimales **Hoja 27**

Problemas

Los siguientes **problemas** requieren utilizar **una o más** operaciones de suma, resta, multiplicación o división de números decimales. Escribe las operaciones necesarias, explicando qué significan, realízalas y contesta a lo preguntado.

① Vas a comprar tres bocadillos y cada uno cuesta 5,75 euros. Pagas con un billete de 20 euros. ¿Cuánto dinero te tienen que devolver?

② Entre cinco amigos queréis comprar a otra persona un regalo de 23,5 euros y una tarjeta de 1,85 euros. ¿Cuánto tendréis que aportar cada uno?

③ En una carrera de sacos tú das 15 saltos de 0,85 metros mientras tu hermano pequeño da 12 saltos de 0,55 metros. ¿Cuánta distancia le sacas?

④ Tienes ahorrados 125 euros y quieres comprar dentro de cuatro meses un objeto que cuesta 350 euros. ¿Cuánto deberías ahorrar cada mes?

⑤ Repartes una tarta de 1,2 kilogramos entre los diez amigos que estáis de fiesta y 0,9 kilogramos de chuches entre nueve amigos, porque a Carlos no le gustan. ¿Cuánto come en total cada amigo, salvo Carlos?

⑥ Si cortas una tela roja de 4 metros en cinco partes iguales y una tela azul de 5,1 metros en seis partes iguales. ¿Qué trozos son mayores, los rojos o los azules?

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
7	5,6 + 1,7	3 – 2,4	5 · 1,3	2,4 : 2	0,8 : 0,4
8	0,3 + 4	0,5 – 0,02	0,5 · 0,7	1,48 · 10	157 : 100

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Repaso de división con números decimales **Hoja 28**

División con números decimales

Las siguientes divisiones son exactas. Calcula el cociente y escribe la solución en forma de igualdad.

① Dividendo: 37; divisor: 4

④ Dividendo: 0,05; divisor: 0,025

② Dividendo: 2,9; divisor: 0,8

⑤ Dividendo: 7; divisor: 4

③ Dividendo: 105; divisor: 1,2

⑥ Dividendo: 4,4; divisor: 0,02

Problemas

Los siguientes **problemas** requieren utilizar **una o más** operaciones de suma, resta, multiplicación o división de números decimales. Escribe las operaciones necesarias, explicando qué significan, realízalas y contesta a lo preguntado.

⑦ Divides 17 kilogramos de carne de ternera en 20 raciones iguales y 27,6 kilogramos de carne de pollo en 30 raciones iguales. ¿Qué raciones tienen más cantidad, las de ternera o las de pollo?

⑧ En un paseo hay seis árboles en fila plantados a la misma distancia uno que el otro. Si entre el primero y el tercero hay 4,7 metros, ¿qué distancia hay entre el primero y el último?

⑨ Os reunís cinco amigos para hacer un regalo a otra persona. Conseguís reunir 138,4 euros pero el regalo cuesta 151,4 euros. ¿Cuánto hay que pedir a cada amigo?

Cálculo mental con números decimales

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
⑩	3,65 : 10	23 : 100	5,6 : 4	0,6 : 0,2	0,3 : 0,2

Sistema Internacional

Es un conjunto de unidades utilizado en casi todo el mundo. Las unidades más importantes son:

Magnitud	**Unidad**	**Símbolo**
Longitud	metro	m
Superficie	metro cuadrado	m^2
Volumen y capacidad	metro cúbico	m^3
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s

Múltiplos y divisores

En el Sistema Internacional se usan varios prefijos para indicar los múltiplos y divisores de las unidades. Los más importantes son:

Múltiplo	**Valor**	**Símbolo**
deca-	10 unidades	da
hecto-	100 unidades	h
kilo-	1000 unidades	k

Divisor	**Valor**	**Símbolo**
deci-	0,1 unidad	d
centi-	0,01 unidad	c
mili-	0,001 unidad	m

Unidades de longitud

Vamos a utilizar siete unidades de longitud: el metro, tres múltiplos y tres divisores. Apréndete la posición y el valor de cada uno:

kilómetro	hectómetro	decámetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001

Cambio de unidad

Una misma medida se puede expresar con diferentes unidades. La tabla anterior permite hacer fácilmente las conversiones.

Ejercicios

Realiza las siguientes conversiones como en los ejemplos:

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	Conversión
☺		**2**	**3**	0	0			23 dam = 2300 dm
☺			0	0	**4**	**5**		45 cm = 0,045 cm
①	**1**	**7**	0	0				17 hm = m
②				0	0	**3**	**8**	38 mm = m

Ejercicios

Realiza las siguientes conversiones como en los ejemplos:

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	Conversión
☺			0	3	5			0,35 dam = 3,5 m
☺	1	2	6	7				126,7 m = 1,267 km
③			7	9	4			7,94 dam = m
④					3	6	8	368 mm = dm
⑤		3	4	8				34,8 dam = dm
⑥		6	0	1	4			6,014 dm = m
⑦		5	6					56 dam = dm
⑧					5	0	6	50,6 mm = dam
⑨			1	0	8			10,8 m = hm
⑩		7	9	4				0,794 km = cm

Cálculo mental

Realiza las siguientes conversiones y escribe el resultado numérico en la casilla en blanco. Tienes unos ejemplos en la primera fila:

	A	**B**	**C**	**D**
☺	12 dam → dm	0,23 km → hm	347 mm → dm	76,3 m → km
	1200	2,3	3,47	0,0763
⑪	235 cm → dam	34 000 mm → m	1,2 m → dam	37 mm → cm
⑫	87 mm → cm	12 dam → cm	64 000 mm → m	12,5 m → hm
⑬	68 cm → dm	15,23 m → dam	23,4 dam → m	12,3 cm → mm
⑭	174 000 mm → m	8120 cm → hm	15,2 m → dam	12 300 mm → cm
⑮	0,005 km → dam	108 000 dm → m	0,108 km → dam	367 dm → hm
⑯	23 dam → m	0,17 m → dm	34,8 cm → mm	7,06 km → m
⑰	0,034 dam → mm	3,8 hm → dm	9,03 hm → m	0,045 hm → m
⑱	346,8 cm → m	0,002 89 km → m	57 mm → m	5,6 cm → mm

Unidades de capacidad y de masa **Hoja 30**

Unidades de capacidad

La unidad de capacidad del Sistema Internacional es el **metro cúbico**, pero es muy común (y más sencillo) el uso de la unidad llamada **litro**. El símbolo del litro es «l» (ele minúscula), pero también está admitido «L» (ele mayúscula).

El litro tiene los mismos múltiplos y divisores que el metro, así que ¡ya sabes usarlos! Aquí tienes la tabla correspondiente:

kilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001

Cambio de unidad

Una misma medida se puede expresar con diferentes unidades. La tabla anterior permite hacer fácilmente las conversiones.

Ejercicios

Realiza las siguientes conversiones como en los ejemplos:

	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml	Conversión
☺	**1**	**7**	0	0				17 hl = 1700 l
☺				0	0	**3**	**8**	38 ml = 0,038 l
①		**2**	**3**	0	0			23 dal = dl
②			0	0	**4**	**5**		45 cl = cl

Ejercicios

Realiza las siguientes conversiones como en los ejemplos:

	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml	Conversión
☺			0	5	9			0,59 dal = 5,9 l
☺	4	3	7	6				4376 l = 4,376 kl
③			7	0	4			7,94 dal = l
④					3	6	9	368 ml = dl
⑤		5	4	8				54,8 dal = dl
⑥		9	3	0	4			9,304 dl = l
⑦		5	6					56 dal = dl
⑧					5	7	6	576 ml = dal
⑨			7	0	8			70,8 l = hl
⑩		7	9	4				0,794 kl = cl

Unidades de masa

La unidad de masa del Sistema Internacional es el **kilogramo**, que también es un múltiplo del **gramo**. Por tanto, los múltiplos y divisores se basan en el gramo:

kilogramo	hectogramo	decagramo	gramo	decigramo	centigramo	miligramo
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001

Cambio de unidad

Una misma medida se puede expresar con diferentes unidades. La tabla anterior permite hacer fácilmente las conversiones.

Ejercicios

Realiza las siguientes conversiones como en el ejemplo:

	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	Conversión
☺		**7**	**6**	0	0			76 dag = 7600 dg
⑪	**7**	**2**	0	0				72 kg = g
⑫				0	**4**	**5**	**1**	45,1 cg = g

Ejercicios

Realiza las siguientes conversiones como en el ejemplo:

	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	Conversión
☺	4	3	7	6	5			43,765 hg = 437,65 kg
⑬			7	0	4	7		7,047 dag = cg
⑭					3	6	9	369 mg = g
⑮			4	8	5			4,85 dag = dg

Cálculo mental

Realiza las siguientes conversiones y escribe el resultado numérico en la casilla en blanco. Tienes unos ejemplos en la primera fila:

	A	**B**	**C**	**D**
☺	34 dag → dg	0,23 kl → hl	347 mg → dg	76,3 l → kl
	3400	2,3	3,47	0,0763
⑯	235 cl → dal	34 000 mg → g	1,2 l → dal	37 mg → cg
⑰	87 mg → cg	12 dal → cl	64 000 mg → g	12,5 g → hg
⑱	68 cl → dl	15,23 l → dal	23,4 dag → g	12,3 cg → mg
⑲	174 000 ml → l	8120 cg → hg	15,2 g → dag	12 300 ml → cl

Unidades de superficie

La unidad de superficie del Sistema Internacional es el **metro cuadrado**, que se define como la superficie que tiene un cuadrado que tenga un metro de lado.

Lo más importante para manejar los múltiplos y divisores del metro cuadrado es que hay que ir multiplicando o dividiendo por **100** en vez de por 10, así:

kilómetro cuadrado	hectómetro cuadrado	decámetro cuadrado	metro cuadrado	decímetro cuadrado	centímetro cuadrado	milímetro cuadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1 000 000	10 000	100	1	0,01	0,000 1	0,000 001

Explicación

Usa la parte en blanco que viene a continuación para realizar estas actividades:

1. Dibuja un cuadrado e imagina que tiene un metro por cada lado.
2. Divide cada lado en 10 partes iguales.
3. Usando las divisiones de los lados horizontales, divide el cuadrado en tiras.
4. Haz lo mismo con las de los lados verticales.
5. Averigua cuántos cuadraditos pequeños te han salido.
6. Piensa cuál es la superficie del cuadrado grande y de los pequeños.

Conclusión: $\boxed{\mathbf{1\ m^2 = \quad\quad dm^2}}$

Cambio de unidad

Una misma medida se puede expresar con diferentes unidades. La tabla anterior permite hacer fácilmente las conversiones. La repetimos aquí:

kilómetro cuadrado	hectómetro cuadrado	decámetro cuadrado	metro cuadrado	decímetro cuadrado	centímetro cuadrado	milímetro cuadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1 000 000	10 000	100	1	0,01	0,000 1	0,000 001

Ejercicios

Realiza las siguientes conversiones como en los ejemplos:

	km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2		Conversión
☺			**1**	**2**	**3**	0	0	0							12,3 hm^2 = 123 000 m^2
☺						0	0	0	**5**	**7**					57 dm^2 = 0,005 7 dam^2
①	**8**	**9**	0	0	0	0									89 km^2 = dam^2
②								0	0	0	0	**4**	**8**		4,8 cm^2 = m^2

Ejercicios

Realiza las siguientes conversiones como en los ejemplos:

	km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2		Conversión
☺			6	7	8										67,8 hm^2 = 678 000 m^2
☺											6	8			68 cm^2 = 0,68 dm^2
③							3	4	5						34,5 m^2 = dm^2
④				8	7	9									8,79 hm^2 = km^2

Cálculo mental

Realiza las siguientes conversiones y escribe el resultado numérico en la casilla en blanco. Tienes unos ejemplos en la primera fila:

	A	**B**	**C**	**D**
☺	34 dam^2 → dm^2	0,23 km^2 → hm^2	347 mm^2 → dm^2	76 m^2 → km^2
	340 000	23	0,034 7	0,000 076
⑤	235 m^2 → dam^2	34 000 cm^2 → m^2	1,2 m^2 → dam^2	37 mm^2 → cm^2
⑥	87 mm^2 → cm^2	12 m^2 → cm^2	64 000 cm^2 → m^2	12,5 m^2 → dam^2
⑦	68 cm^2 → dm^2	15,23 m^2 → dam^2	23,4 dam^2 → m^2	12,3 cm^2 → mm^2
⑧	1740 mm^2 → cm^2	8120 cm^2 → hm^2	15,2 m^2 → dam^2	123 mm^2 → cm^2

Concepto de fracción

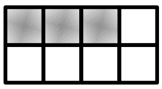
Las fracciones aparecen cuando se divide algo en varias partes iguales y se toman unas cuantas de esas partes. Lo que se divide se llama **la unidad**. El número de partes en que se divide se llama **denominador**. El número de partes que se toman se llama **numerador**.

Ejemplo: llega una pizza a casa que está dividida en ocho trozos y tú te comes tres trozos. La pizza es la unidad, el denominador es 8 y el numerador es 3.

Escritura, lectura y representación de fracciones

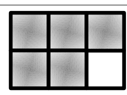
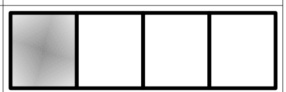
Las fracciones se escriben con una pequeña barra horizontal, el numerador encima y el denominador debajo. Se nombran diciendo el número del numerador y luego el del denominador acabado en -avo, salvo que el denominador sea menor de 11, para los que se usan nombres especiales (medio, tercio,...).

Para representar gráficamente una fracción se hace un dibujo de alguna figura geométrica sencilla, como un rectángulo, se divide en las partes iguales que indique el denominador de algún modo que sea fácil y se marcan las partes que indique el numerador

Ejemplo: tres octavos → $\frac{3}{8}$ → 

Ejercicios

Rellena la siguiente tabla como en el ejemplo de la primera fila

	Fracción	Lectura	Num.	Den.	Representación
☺	$\frac{5}{6}$	Cinco sextos	5	6	
①					
②	$\frac{3}{5}$				
③		Dos tercios			
④			4	9	
⑤	$\frac{1}{2}$				
⑥		Tres cuartos			
⑦			7	12	

Fracciones propias e impropias

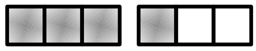
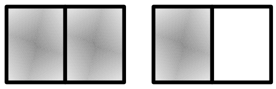
<u>Ejemplo</u>: imagina que llegan a tu casa unos pastelitos para una fiesta y tu familia los parte cada uno en tres trozos; a ti te gustan mucho y te comes cuatro trozos. Te has comido **cuatro tercios** de pastelitos.

Una fracción **impropia** es la que tiene el numerador **mayor** que el denominador; para representarlas hay que usar más de una unidad.

Una fracción **propia** es la que tiene el numerador **menor o igual** que el denominador, como todas las de la parte de delante de esta hoja.

Ejercicios

Rellena la siguiente tabla como en el ejemplo de la primera fila

	Fracción	Lectura	Num.	Den.	Representación
☺	$\frac{4}{3}$	Cuatro tercios	4	3	
⑧					
⑨	$\frac{7}{4}$				
⑩		Cinco medios			
⑪			5	4	
⑫	$\frac{9}{8}$				
⑬		Seis quintos			
⑭			7	6	

Problemas

La respuesta a los siguientes problemas es una fracción. Contesta con la fracción escrita de dos formas y di si es una fracción propia o impropia.

⑮ Tienes una colección de 20 comics y te has leído 17. ¿Qué fracción de tus cómics te has leído?

⑯ Llegan a casa varias pizzas pequeñas cortadas en cuatro trozos y tú te comes cinco trozos. ¿Qué fracción de pizza te has comido?

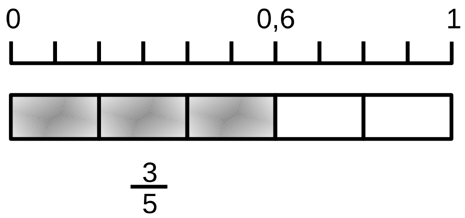
⑰ Tienes tres monedas en el bolsillo derecho y cinco el izquierdo. ¿Qué fracción de tus monedas está en el bolsillo izquierdo?

La fracción como división

Una fracción se puede considerar también una división. Cuando se realiza la división, casi siempre se obtiene un número decimal.

Ejemplo: $\frac{3}{5}=3:5=0,6$

La representación gráfica de la fracción y del número decimal llegarán al mismo punto de la recta. Ejemplo:



Ejercicios

Convierte las siguientes fracciones en números decimales y represénta gráficamente la fracción y el número decimal (necesitarás representar el 0 en todos los casos):

① $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{8}$

② $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{7}{5}$

③ $\frac{5}{2}$

⑥ $\frac{4}{10}$

Comparación entre una fracción y un número decimal

Se convierte la fracción en un número decimal y se compara con el otro.

Ejemplo: compara $\frac{3}{4}$ y 0,8. $\frac{3}{4}=0,75$. Solución: $\frac{3}{4}<0,8$

Ejercicios

Realiza las comparaciones pedidas:

⑦ $\frac{7}{2}$ y 3,4

⑧ $\frac{6}{5}$ y 1,3

Comparación entre dos fracciones

Se convierten las fracciones en números decimales y se comparan.

Ejemplo: compara $\frac{7}{8}$ y $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{8}=0,875$; $\frac{3}{4}=0,75$. Solución: $\frac{7}{8}>\frac{3}{4}$

Ejercicios

Realiza las comparaciones pedidas:

⑨ $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{5}$

⑩ $\frac{6}{5}$ y $\frac{11}{10}$

Problemas

⑪ Tienes una deuda de ocho quintos de euro y llevas en el bolsillo 1,5 euros. ¿Tienes bastante para pagar la deuda?

⑫ María pide una pizza, la parte en cinco partes iguales y se come dos. Marta pide otra pizza igual que la de María, la parte en cuatro partes iguales y se come tres. ¿Quién come más pizza?

Cálculo de la fracción de un número

Ejemplo: imagínate que tenemos un recipiente con 40 litros de agua y queremos sacar de él tres quintos de su contenido. Hay que calcular ⅗ de 40.

> Cada quinto del recipiente tiene 40 : 5 = 8 litros; como queremos sacar tres quintos: 3 · 8 = 24 litros; solución: 24 litros.

← 40 →

8	8	8	8	8

← 24 →

Para calcular la fracción de un número se divide el número entre el denominador de la fracción y se multiplica el resultado por el numerador.

Esta operación en Matemáticas también se escribe como el producto de la fracción y el número.

Ejemplo 1 → $\frac{7}{4}\cdot 40 = 7\cdot 10 = 70$

Ejemplo 2 → $\frac{3}{8}\cdot 32 = 3\cdot 4 = 12$

Ejercicios

Calcula las siguientes fracciones de números escribiéndolas primero como un producto y luego dando dos pasos:

① Cuatro tercios de 9 →

② Cinco cuartos de 20

③ Tres quintos de 30

④ Siete octavos de 16

⑤ Dos onceavos de 22

⑥ Seis séptimos de 14

⑦ Nueve cuartos de 24

⑧ Ocho novenos de 36

⑨ Diez séptimos de 21

⑩ Siete medios de 24

⑪ Quince cuartos de 8

⑫ Trece tercios de 12

⑬ Seis quintos de 35

⑭ Ocho séptimos de 49

⑮ Nueve octavos de 16

Problemas

⑯ Una pizza tiene una masa de 200 gramos y tú te comes dos quintos de la pizza. Calcula la masa de pizza que te has comido.

⑰ Una carrera tiene una distancia de 12 kilómetros y un participante se retira después de hacer tres cuartos del recorrido. ¿Cuánta distancia ha corrido?

⑱ Un depósito de agua tiene una capacidad de 42 litros y le quitamos tres séptimos de su contenido. ¿Cuánta agua hemos sacado?

⑲ De un rebaño de 81 ovejas, dos novenos son negras. ¿Cuántas ovejas negras hay en el rebaño?

⑳ En una convención de 120 personas, siete doceavos son africanas. ¿Cuántas personas africanas hay en la convención?

Cálculo mental

Realiza todas las operaciones mentalmente y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
㉑	$\frac{3}{5}\cdot 10$	$\frac{6}{7}\cdot 14$	$\frac{2}{5}\cdot 15$	$\frac{8}{3}\cdot 9$	$\frac{7}{3}\cdot 21$
㉒	$\frac{8}{3}\cdot 6$	$\frac{7}{5}\cdot 25$	$\frac{4}{9}\cdot 18$	$\frac{8}{3}\cdot 30$	$\frac{9}{7}\cdot 56$

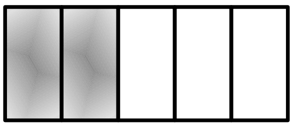
Fracciones equivalentes

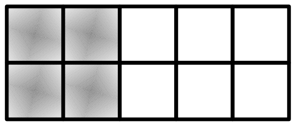
Se dice que dos fracciones son equivalentes cuando **representan la misma parte de la unidad**. Para escribir que dos fracciones son equivalentes usamos el signo «igual» («=») entre ellas.

<u>Ejemplo</u>. Las fracciones $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$ son equivalentes porque $\frac{2}{5}=0{,}4$ y $\frac{4}{10}=0{,}4$

Por tanto, escribimos $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$.

La representación gráfica de las dos fracciones usando la misma figura también nos sirve para comprender la idea:

$\frac{2}{5} \rightarrow$ 

$\frac{4}{10} \rightarrow$ 

Ejercicios

Representa gráficamente las siguientes parejas de fracciones usando rectángulos idénticos para cada una y di si te parecen equivalentes o no:

① $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$

③ $\frac{1}{6}$ y $\frac{7}{8}$

② $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$

④ $\frac{4}{9}$ y $\frac{2}{3}$

Método para averiguarlo

La representación gráfica puede ser poco fiable, pero hay un método mejor para averiguar si dos fracciones son equivalentes:

Se multiplica el numerador de una por el denominador de la otra; si los dos resultados coinciden, las fracciones son equivalentes y si no, no lo son.

<u>Ejemplo 1</u>: Las fracciones $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$ son equivalentes porque $2 \cdot 10 = 5 \cdot 4$

<u>Ejemplo 2</u>: Las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$ no son equivalentes porque $3 \cdot 7 \neq 5 \cdot 4$

Ejercicios

Averigua si las siguientes parejas de fracciones son equivalentes o no calculando los **productos cruzados** como en el ejemplo.

Ejemplo 3: $\frac{4}{9}$ y $\frac{2}{3}$. 4·3 =12; 9·2 = 18. Solución: $\frac{4}{9} \neq \frac{2}{3}$

⑤ $\frac{4}{5}$ y $\frac{8}{10}$

⑥ $\frac{7}{12}$ y $\frac{4}{7}$

⑦ $\frac{12}{13}$ y $\frac{3}{5}$

⑧ $\frac{35}{25}$ y $\frac{7}{5}$

⑨ $\frac{12}{11}$ y $\frac{9}{8}$

⑩ $\frac{15}{18}$ y $\frac{20}{24}$

Cálculo mental

Averigua mentalmente si las siguientes parejas de fracciones son equivalentes o no y responde escribiendo en la casilla en blanco la palabra «sí» o la palabra «no».

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
⑪	$\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{7}$	$\frac{10}{4}$ y $\frac{5}{2}$	$\frac{1}{7}$ y $\frac{2}{8}$	$\frac{30}{20}$ y $\frac{3}{2}$	$\frac{4}{8}$ y $\frac{1}{2}$
⑫	$\frac{31}{3}$ y $\frac{21}{2}$	$\frac{5}{10}$ y $\frac{1}{2}$	$\frac{3}{9}$ y $\frac{1}{3}$	$\frac{13}{26}$ y $\frac{1}{2}$	$\frac{4}{11}$ y $\frac{8}{22}$
⑬	$\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$	$\frac{1}{7}$ y $\frac{1}{8}$	$\frac{2}{3}$ y $\frac{14}{21}$	$\frac{8}{9}$ y $\frac{4}{5}$	$\frac{3}{7}$ y $\frac{6}{14}$
⑭	$\frac{1}{8}$ y $\frac{2}{16}$	$\frac{10}{3}$ y $\frac{5}{2}$	$\frac{12}{10}$ y $\frac{6}{5}$	$\frac{4}{9}$ y $\frac{2}{4}$	$\frac{30}{50}$ y $\frac{3}{5}$

Métodos de obtención de fracciones equivalentes

Existen **dos métodos** para obtener fracciones equivalentes a una fracción que nos den y cada uno se utiliza en Matemáticas para resolver situaciones distintas, así que es importante manejar los dos.

Método de amplificación

Consiste en **multiplicar** el numerador y el denominador de la fracción que nos den por un número, vale cualquiera. Así es posible obtener **infinitas** fracciones, aunque normalmente solo nos interesará una de ellas.

Ejemplo 1. Obtén varias fracciones equivalentes a $\frac{2}{5}$ mediante amplificación.

$$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}=\frac{20}{50}=\ldots \text{ (hemos multiplicado por 2, 3, 4 y 10)}$$

Ejercicios

Obtén por amplificación tres fracciones equivalentes a la que te den:

① $\frac{4}{3}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{7}{8}$

④ $\frac{2}{7}$

Método de simplificación

Consiste en **dividir** el numerador y el denominador de la fracción que nos den por un número. Este método es más difícil que el anterior, porque es necesario encontrar un divisor común del numerador y el denominador. Para averiguarlo, vienen muy bien las **tablas de multiplicar** y los **criterios de divisibilidad**.

Ejemplo 2: $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ (hemos dividido entre 2 numerador y denominador).

Ejemplo 3: $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ (hemos dividido entre 3 numerador y denominador).

Ejercicios

Obtén por simplificación una fracción equivalente a la que te den:

⑤ $\frac{25}{35}$ ⑥ $\frac{49}{42}$ ⑦ $\frac{16}{18}$ ⑧ $\frac{22}{33}$

Ejercicios

Obtén por simplificación dos fracciones equivalentes a la que te den:

⑨ $\frac{12}{20}$

⑩ $\frac{8}{44}$

⑪ $\frac{9}{18}$

⑫ $\frac{27}{45}$

⑬ $\frac{50}{75}$

⑭ $\frac{63}{99}$

Ejercicios

Obtén por simplificación tres fracciones equivalentes a la que te den:

⑮ $\frac{12}{18}$

⑯ $\frac{6}{30}$

⑰ $\frac{24}{40}$

⑱ $\frac{30}{40}$

⑲ $\frac{66}{88}$

⑳ $\frac{42}{30}$

㉑ $\frac{42}{66}$

Ejercicios

Obtén por simplificación una fracción equivalente a la que te den:

㉒ $\frac{5}{35}$

㉓ $\frac{7}{49}$

㉔ $\frac{5}{10}$

㉕ $\frac{15}{21}$

㉖ $\frac{10}{35}$

㉗ $\frac{18}{14}$

㉘ $\frac{21}{30}$

㉙ $\frac{11}{33}$

㉚ $\frac{35}{49}$

㉛ $\frac{21}{49}$

㉜ $\frac{22}{26}$

㉝ $\frac{13}{26}$

㉞ $\frac{2}{14}$

㉟ $\frac{3}{30}$

㊱ $\frac{15}{25}$

㊲ $\frac{6}{10}$

㊳ $\frac{6}{21}$

㊴ $\frac{77}{21}$

㊵ $\frac{4}{22}$

㊶ $\frac{4}{26}$

Simplificar una fracción

Decimos que estamos simplificando una fracción cuando obtenemos por simplificación una fracción equivalente.

Ejemplo. Simplificamos $\frac{4}{10}$ cuando decimos que es equivalente a $\frac{2}{5} \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Ejercicios

Simplifica las siguientes fracciones:

① $\frac{25}{35}$ ② $\frac{49}{42}$ ③ $\frac{16}{18}$ ④ $\frac{22}{33}$

Fracción irreducible

Decimos que una fracción es irreducible cuando no se puede simplicar. Esto ocurre cuando no hay ningún número (distinto del «1») que divida a la vez al numerador y al denominador.

Ejemplo. La fracción $\frac{2}{5}$ es irreducible.

Un problema muy importante es **obtener una fracción irreducible que sea equivalente a una fracción dada**. Para hacerlo, normalmente se pueden dar tantos pasos como sea necesario.

Ejemplo. $\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ (hemos dividido primero entre 2 y luego entre 3).

Ejercicios

Encuentra la fracción irreducible equivalente a la fracción dada mediante los pasos que necesites:

⑤ $\frac{12}{18}$

⑥ $\frac{6}{30}$

⑦ $\frac{24}{40}$

⑧ $\frac{7}{5}$

⑨ $\frac{12}{20}$

⑩ $\frac{8}{44}$

⑪ $\frac{9}{18}$

Ejercicios

Encuentra la fracción irreducible equivalente a la fracción dada mediante los pasos que necesites:

⑫ $\frac{27}{45}$

⑬ $\frac{50}{75}$

⑭ $\frac{7}{11}$

⑮ $\frac{30}{40}$

⑯ $\frac{66}{88}$

⑰ $\frac{36}{30}$

⑱ $\frac{77}{22}$

⑲ $\frac{121}{99}$

⑳ $\frac{33}{66}$

Cálculo mental

Averigua mentalmente la fracción irreducible que es equivalente a cada una de las fracciones y escríbela en la casilla en blanco.

	A		**B**		**C**		**D**		**E**	
㉑	$\frac{2}{4}$		$\frac{10}{15}$		$\frac{3}{9}$		$\frac{20}{25}$		$\frac{30}{35}$	
㉒	$\frac{12}{24}$		$\frac{14}{21}$		$\frac{35}{40}$		$\frac{100}{400}$		$\frac{3000}{4000}$	
㉓	$\frac{13}{26}$		$\frac{18}{36}$		$\frac{15}{35}$		$\frac{8}{24}$		$\frac{2}{22}$	
㉔	$\frac{12}{18}$		$\frac{35}{45}$		$\frac{40}{80}$		$\frac{6}{15}$		$\frac{2}{16}$	
㉕	$\frac{4}{16}$		$\frac{27}{81}$		$\frac{45}{63}$		$\frac{60}{36}$		$\frac{7}{21}$	
㉖	$\frac{25}{10}$		$\frac{8}{32}$		$\frac{15}{35}$		$\frac{70}{49}$		$\frac{55}{66}$	
㉗	$\frac{350}{250}$		$\frac{9}{90}$		$\frac{12}{16}$		$\frac{10}{55}$		$\frac{4}{44}$	
㉘	$\frac{3}{36}$		$\frac{2}{28}$		$\frac{7}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{39}{26}$	

Suma de fracciones con el mismo denominador

Si dos fracciones tienen el mismo denominador, es que la unidad se ha dividido en trozos del mismo tamaño en cada caso. Por tanto, bastará **sumar los numeradores**.

<u>Ejemplo 1</u> → $\frac{4}{7}+\frac{1}{7}=\frac{5}{7}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones:

① $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=$ ② $\frac{1}{11}+\frac{3}{11}$ ③ $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$

Fracciones negativas

Como las fracciones pueden ser negativas, la suma de fracciones tiene los mismos casos que la suma de números enteros.

<u>Ejemplo 2</u> → $\frac{4}{7}-\frac{1}{7}=\frac{3}{7}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones:

④ $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}=$ ⑤ $\frac{7}{11}-\frac{5}{11}$ ⑥ $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}$

Posible simplificación del resultado

Cuando se termina de hacer la suma de fracciones, se obtiene otra fracción, que quizá se pueda simplificar. Casi siempre habrá que dar el resultado como **fracción irreducible**.

<u>Ejemplo 3</u> → $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ <u>Ejemplo 4</u> → $\frac{11}{12}-\frac{1}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones y deja el resultado como una fracción irreducible:

⑦ $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=$ ⑪ $\frac{7}{20}+\frac{3}{20}$

⑧ $\frac{3}{10}+\frac{2}{10}$ ⑫ $\frac{7}{20}-\frac{3}{20}$

⑨ $\frac{7}{12}-\frac{1}{12}$ ⑬ $\frac{4}{15}+\frac{2}{15}$

⑩ $\frac{11}{14}-\frac{1}{14}$ ⑭ $\frac{11}{16}-\frac{5}{16}$

El resultado puede ser un número entero

Cuando la división entre el numerador y el denominador es **exacta**, hay que dejar el resultado como el número entero que nos dé el **cociente**.

Ejemplo 5 → $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=\frac{8}{8}=1$

Ejemplo 6 → $\frac{10}{3}-\frac{1}{3}=\frac{9}{3}=3$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones y deja el resultado como un número entero:

⑮ $\frac{7}{4}+\frac{1}{4}=$

⑯ $\frac{17}{5}-\frac{2}{5}$

⑰ $\frac{9}{2}+\frac{3}{2}$

⑱ $\frac{16}{7}-\frac{2}{7}$

Suma de la unidad y una fracción

La unidad es el número natural **1**, que se puede escribir como fracción poniendo como denominador **cualquier** número natural que se desee.

Ejemplo 7 → $1=\frac{2}{2}$

Ejemplo 8 → $1=\frac{3}{3}$

Ejemplo 9 → $1=\frac{17}{17}$

Esto permite muy fácilmente hacer la suma del número 1 con cualquier fracción; bastará escribir el 1 como una fracción con el **mismo denominador** que la fracción dada.

Ejemplo 10 → $1+\frac{5}{4}=\frac{4}{4}+\frac{5}{4}=\frac{9}{4}$

Ejemplo 11 → $1-\frac{2}{5}=\frac{5}{5}-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones convirtiendo previamente el número 1 en una fracción:

⑲ $1+\frac{3}{4}=$

⑳ $1-\frac{3}{5}$

㉑ $1+\frac{11}{6}$

㉒ $1-\frac{2}{7}$

㉓ $\frac{2}{13}+1$

㉔ $\frac{13}{9}-1$

Ejercicios variados

Realiza las siguientes operaciones y da el resultado del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible):

㉕ $\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=$

㉖ $\frac{7}{11}+\frac{2}{11}$

㉗ $\frac{11}{6}-1$

㉘ $\frac{7}{15}+\frac{8}{15}$

㉙ $1+\frac{3}{10}$

㉚ $\frac{1}{12}+\frac{7}{12}$

㉛ $\frac{7}{5}+\frac{3}{5}$

㉜ $\frac{13}{5}-1$

㉝ $\frac{19}{7}+\frac{2}{7}$

㉞ $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$

Suma de fracciones con distinto denominador

Si dos fracciones tienen distinto denominador, es que la unidad se ha dividido en trozos del diferente tamaño en cada caso. Por tanto, **no se puede hacer** la suma directamente. Hay que **convertir** cada fracción en otra equivalente, de modo que las dos acaben con el mismo denominador. El denominador común que resulta más sencillo es el **mínimo común múltiplo** de los denominadores.

Ejemplo 1 → $\frac{7}{4}+\frac{5}{6}$

Como tienen distinto denominador, comenzamos calculando el mcm de 4 y 6:

$$\left.\begin{array}{l} 4=2^2 \\ 6=2\cdot 3 \end{array}\right\} \Rightarrow mcm(4,6)=2^2\cdot 3=12$$

Sustituimos $\frac{7}{4}$ por una fracción equivalente con denominador 12: $\frac{7}{4}=\frac{?}{12}$

Dividimos 12 : 4 = 3 y multiplicamos 3·7=21, luego $\frac{3}{4}=\frac{21}{12}$

Sustituimos $\frac{5}{6}$ por una fracción equivalente con denominador 12: $\frac{5}{6}=\frac{?}{12}$

Dividimos 12 : 6 = 2 y multiplicamos 2·5=10, luego $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$

Ya se puede hacer la operación: $\frac{7}{4}+\frac{5}{6}=\frac{21}{12}+\frac{10}{12}=\frac{31}{12}$

Ejemplo 2 → $\frac{5}{9}-\frac{1}{6}=\frac{10}{18}-\frac{3}{18}=\frac{7}{18}$

Ejercicios

① $\frac{5}{6}-\frac{1}{4}=$

② $\frac{1}{6}+\frac{2}{9}$

③ $\frac{3}{10}+\frac{4}{15}$

④ $\frac{3}{10}-\frac{1}{25}$

⑤ $\frac{3}{4}+\frac{7}{10}$

⑥ $\frac{13}{15}-\frac{5}{9}$

Los dos casos fáciles

Hay dos casos en los que es muy sencillo calcular el mínimo común múltiplo de dos números:

- Si los números **no tienen divisores primos comunes**, el mínimo común múltiplo es el **producto** de los números.
  - Ejemplos: mcm(2,3) = 6; mcm(4,7) = 28; mcm(4,9) = 36
- Si **un número es múltiplo del otro**, el mínimo común múltiplo es el **mayor** de los dos números.
  - Ejemplos: mcm(2,6) = 6; mcm(5,15) = 15; mcm(30,3) = 30

Esto permite hacer algunas sumas de fracciones más fácilmente.

Ejemplo 3 → $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{10}{15}+\frac{12}{15}=\frac{22}{15}$

Ejemplo 4 → $\frac{1}{21}+\frac{4}{3}=\frac{1}{21}+\frac{28}{21}=\frac{29}{21}$

Ejercicios

⑦ $\frac{4}{5}+\frac{1}{3}$

⑧ $\frac{4}{3}-\frac{1}{6}$

⑨ $\frac{7}{2}-\frac{2}{5}$

⑩ $\frac{1}{10}+\frac{3}{5}$

⑪ $\frac{3}{7}+\frac{1}{2}$

⑫ $\frac{1}{3}+\frac{2}{9}$

⑬ $\frac{5}{4}-\frac{1}{5}$

⑭ $\frac{1}{5}+\frac{3}{20}$

Ejercicios variados

Realiza las siguientes operaciones y da el resultado como fracción irreducible.

⑮ $\frac{1}{10}+\frac{3}{2}$

⑯ $\frac{1}{4}+\frac{3}{20}$

⑰ $\frac{2}{3}-\frac{1}{15}$

⑱ $\frac{3}{8}+\frac{1}{5}$

⑲ $\frac{5}{14}+\frac{7}{21}$

⑳ $\frac{7}{6}-\frac{1}{5}$

㉑ $\frac{1}{10}+\frac{3}{20}$

㉒ $\frac{4}{15}+\frac{7}{20}$

㉓ $\frac{3}{5}-\frac{1}{10}$

㉔ $\frac{3}{5}+\frac{1}{7}$

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Suma de fracciones **Hoja 40**

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones y da el resultado del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible):

① $\frac{3}{4}+\frac{7}{4}=$

② $\frac{3}{10}+\frac{1}{5}$

③ $\frac{7}{5}-\frac{3}{20}$

④ $1+\frac{7}{4}$

⑤ $\frac{1}{8}+\frac{1}{2}$

⑥ $\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$

⑦ $\frac{7}{4}-\frac{1}{6}$

⑧ $\frac{7}{10}-\frac{1}{6}$

Problemas

Los siguientes problemas requieren una o más operaciones de suma de fracciones o unidades. Da todos los resultados del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible).

⑨ Te compras una tableta de chocolate; hoy te comes $\frac{1}{4}$ y mañana te comes $\frac{1}{3}$. ¿Qué fracción de la tableta te has comido?

⑩ En una bolsa hay bolas blancas y negras. Si las blancas son $\frac{3}{7}$, ¿qué fracción corresponde a las negras?

⑪ Una persona dedica $\frac{1}{4}$ de su huerta a plantar tomates y $\frac{1}{6}$ a plantar lechugas. ¿Qué fracción de la huerta tiene ocupada?

⑫ En una bolsa hay bolas blancas, negras y rojas. Si las blancas son $\frac{1}{5}$ y las negras $\frac{3}{10}$, ¿qué fracción corresponde a las rojas?

⑬ En una pizzería del centro de la ciudad se pueden pedir pizzas por décimas partes. Tu amigo se come $\frac{7}{10}$ y tú te comes $\frac{13}{10}$. ¿Cuántas pizzas os habéis comido entre los dos?

⑭ Entre tu hermano y tú os habéis comido parte de una tarta. Tú te has comido $\frac{4}{15}$ y tu hermano $\frac{1}{3}$. ¿Qué fracción de la tarta habéis dejado para los demás?

Producto de dos fracciones

Para multiplicar dos fracciones hay que multiplicar sus numeradores y sus denominadores.

Ejemplo 1 → $\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{3}=\frac{2\cdot 5}{7\cdot 3}=\frac{10}{21}$ Ejemplo 2 → $\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{2}=\frac{1\cdot 3}{8\cdot 2}=\frac{3}{16}$

Consejo: escribe los productos, pero no los calcules directamente, porque enseguida veremos que muchas veces se puede simplificar.

Ejercicios

Realiza los siguientes productos de fracciones en dos pasos.

① $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=$

③ $\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{2}$

② $\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{3}$

Posibles simplificaciones

Cuando trabajamos con fracciones, casi siempre nos interesa dar el resultado final como fracción irreducible. Al multiplicar fracciones, muchas veces es posible simplificar. Para trabajar de la manera más sencilla posible, sigue este consejo: **simplifica al máximo antes de hacer las multiplicaciones**.

Ejemplo 3 → $\frac{6}{7}\cdot\frac{11}{10}=\frac{\mathbf{6}\cdot 11}{7\cdot\mathbf{10}}=\frac{\mathbf{3}\cdot 11}{7\cdot\mathbf{5}}=\frac{33}{35}$

Explicación: si te hubieran pedido que simplificaras la fracción $\frac{6}{10}$, hubieras dividido el numerador y el denominador entre 2 para obtener la fracción $\frac{3}{5}$; es decir, que $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. Pues eso es exactamente lo que ha ocurrido en el ejemplo 3, fíjate en los números que están en negrita.

Ejemplo 4 → $\frac{7}{22}\cdot\frac{33}{5}=\frac{7\cdot\mathbf{33}}{\mathbf{22}\cdot 5}=\frac{7\cdot\mathbf{3}}{\mathbf{2}\cdot 5}=\frac{21}{10}$ (hemos dividido 33 y 22 entre 11)

Ejercicios

Realiza los siguientes productos de fracciones en tres pasos.

⑤ $\frac{10}{7}\cdot\frac{11}{15}=$

⑧ $\frac{55}{3}\cdot\frac{2}{77}$

⑥ $\frac{77}{3}\cdot\frac{5}{14}$

⑨ $\frac{45}{2}\cdot\frac{3}{55}$

⑦ $\frac{2}{35}\cdot\frac{21}{5}$

⑩ $\frac{5}{24}\cdot\frac{40}{3}$

División de dos fracciones

Al dividir dos fracciones se obtiene otra fracción: el numerador del resultado es el producto del numerador del dividendo por el denominador del divisor y el denominador del resultado es el producto del denominador del dividendo por el numerador del divisor. ¡Es mucho más fácil ver unos ejemplos!:

Ejemplo 5 → $\frac{7}{3}:\frac{5}{2}=\frac{7\cdot 2}{3\cdot 5}=\frac{14}{15}$

Ejemplo 6 → $\frac{1}{8}:\frac{3}{11}=\frac{1\cdot 11}{8\cdot 3}=\frac{11}{24}$

Se suele decir que para dividir fracciones **se multiplica en cruz**.

Ejercicios

Realiza las siguientes divisiones de fracciones en dos pasos.

⑪ $\frac{7}{3}:\frac{2}{5}=$

⑫ $\frac{3}{7}:\frac{1}{4}$

⑬ $\frac{7}{2}:\frac{5}{3}$

⑭ $\frac{1}{8}:\frac{1}{3}$

Posibles simplificaciones

Como la división de fracciones lleva al mismo tipo de expresiones que el producto, el consejo de simplificar antes de hacer las multiplicaciones sigue siendo aplicable.

Ejemplo 7 → $\frac{49}{2}:\frac{77}{5}=\frac{\mathbf{49}\cdot 5}{2\cdot \mathbf{77}}=\frac{\mathbf{7}\cdot 5}{2\cdot \mathbf{11}}=\frac{35}{22}$ (hemos dividido 49 y 77 entre 7)

Ejercicios

Realiza las siguientes divisiones de fracciones en tres pasos.

⑮ $\frac{27}{5}:\frac{24}{7}=$

⑯ $\frac{2}{25}:\frac{3}{35}$

⑰ $\frac{33}{7}:\frac{44}{3}$

⑱ $\frac{2}{55}:\frac{3}{35}$

Dos simplificaciones

La importancia del consejo de simplificar antes de hacer las multiplicaciones se nota mucho en los casos en los que es posible hacer dos simplificaciones.

Ejemplo 8 → $\frac{10}{33}\cdot\frac{77}{15}=\frac{10\cdot 77}{33\cdot 15}=\frac{2\cdot 7}{3\cdot 3}=\frac{14}{9}$

Hemos simplificado **el 10 con el 15** (entre 5) y **el 77 con el 33** (entre 11).

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que hay que dar el resultado como fracción irreducible:

⑲ $\frac{9}{25}\cdot\frac{35}{6}=$

⑳ $\frac{10}{49}:\frac{15}{77}$

㉑ $\frac{35}{6}\cdot\frac{16}{77}$

㉒ $\frac{26}{25}:\frac{18}{35}$

㉓ $\frac{39}{10}\cdot\frac{25}{9}$

㉔ $\frac{49}{33}:\frac{21}{44}$

Resultado con numerador «1»

Cuando se realiza un producto o división con dos fracciones, es perfectamente posible que el numerador acabe siendo el número 1. Evidentemente, no será posible simplificar más el resultado.

Ejemplo 1 → $\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{4}=\frac{\mathbf{2}\cdot 1}{7\cdot\mathbf{4}}=\frac{\mathbf{1}\cdot 1}{7\cdot\mathbf{2}}=\frac{1}{14}$ Ejemplo 2 → $\frac{3}{10}:\frac{9}{5}=\frac{3\cdot 5}{10\cdot 9}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 3}=\frac{1}{6}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que hay que dar el resultado como fracción irreducible:

① $\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{15}=$

③ $\frac{7}{55}\cdot\frac{5}{14}$

② $\frac{1}{30}:\frac{4}{5}$

④ $\frac{3}{35}:\frac{6}{7}$

Resultado entero

Si cuando se realiza un producto o división con dos fracciones el denominador acaba siendo el número 1, es que el resultado es un número entero, el del numerador.

Ejemplo 3 → $\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{2}=\frac{4\cdot 15}{5\cdot 2}=\frac{2\cdot 3}{1\cdot 1}=\frac{6}{1}=6$

Hemos simplificado el 4 con el 2 (entre 2) y el 15 con el 5 (entre 5).

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones sabiendo de antemano que el resultado va a ser un número entero:

⑤ $\frac{49}{3}\cdot\frac{12}{7}=$

⑦ $\frac{15}{11}\cdot\frac{22}{5}$

⑥ $\frac{8}{5}:\frac{4}{25}$

⑧ $\frac{26}{7}:\frac{13}{49}$

Mezcla de fracciones y enteros

Cuando en la operación aparece un número entero, podemos visualizarlo como una fracción que tiene como numerador el número entero y como denominador el número 1, aunque no lleguemos a escribir el 1.

Ejemplo 4 → $8=\frac{8}{1}$ Ejemplo 5 → $4=\frac{4}{1}$ Ejemplo 6 → $7=\frac{7}{1}$

Veamos unos ejemplos de operaciones en las que no vamos a escribir el 1:

Ejemplo 7 → $2\cdot\frac{15}{14}=\frac{2\cdot 15}{14}=\frac{1\cdot 15}{7}=\frac{15}{7}$ Ejemplo 8 → $25:\frac{45}{2}=\frac{25\cdot 2}{45}=\frac{5\cdot 2}{9}=\frac{10}{9}$

Ejemplo 9 → $\frac{7}{6}\cdot 4=\frac{7\cdot 4}{6}=\frac{7\cdot 2}{3}=\frac{14}{3}$ Ejemplo 10 → $\frac{35}{3}:5=\frac{35}{3\cdot 5}=\frac{7}{3\cdot 1}=\frac{7}{3}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que hay que dar el resultado como fracción irreducible:

⑨ $5\cdot\frac{7}{15}=$

⑩ $10:\frac{4}{3}$

⑪ $\frac{17}{12}\cdot 3$

⑫ $\frac{33}{5}:44$

Ejercicios variados

Esta pregunta es muy importante, porque podrá aparecer cualquier caso de los que hemos visto hasta ahora. Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que hay que dar el resultado del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible):

⑬ $\frac{5}{4}\cdot\frac{7}{3}=$

⑭ $\frac{5}{4}:\frac{7}{3}$

⑮ $10\cdot\frac{7}{2}$

⑯ $8:\frac{2}{3}$

⑰ $\frac{11}{3}\cdot\frac{9}{22}$

⑱ $4:\frac{5}{6}$

⑲ $\frac{7}{3}\cdot 2$

⑳ $\frac{4}{25}:\frac{12}{5}$

㉑ $\frac{5}{22}:\frac{7}{33}$

㉒ $15\cdot\frac{9}{5}$

㉓ $\frac{5}{4}:7$

㉔ $\frac{15}{2}:\frac{35}{4}$

㉕ $\frac{13}{4}\cdot\frac{8}{11}$

㉖ $15:\frac{35}{3}$

㉗ $7:\frac{1}{5}$

㉘ $\frac{9}{5}:\frac{18}{35}$

㉙ $\frac{7}{3}\cdot 12$

㉚ $\frac{1}{7}:\frac{1}{5}$

㉛ $\frac{12}{5}:\frac{6}{25}$

㉜ $4\cdot\frac{2}{3}$

㉝ $4:\frac{2}{3}$

㉞ $\frac{9}{25}:\frac{1}{2}$

㉟ $12\cdot\frac{7}{4}$

㊱ $\frac{8}{13}\cdot\frac{26}{16}$

㊲ $\frac{7}{5}:\frac{7}{4}$

㊳ $\frac{5}{41}\cdot\frac{41}{3}$

㊴ $\frac{13}{6}:\frac{13}{18}$

㊵ $5:\frac{30}{7}$

㊶ $\frac{14}{5}:2$

㊷ $\frac{43}{11}:\frac{43}{11}$

㊸ $\frac{55}{16}:\frac{77}{8}$

㊹ $\frac{7}{11}:\frac{3}{2}$

Problemas de producto y división de fracciones **Hoja 43**

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que hay que dar el resultado del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible):

① $\frac{1}{7} \cdot \frac{14}{3} =$

② $\frac{2}{7} : \frac{4}{5}$

③ $\frac{35}{6} \cdot \frac{8}{45}$

④ $\frac{4}{25} : \frac{7}{35}$

⑤ $\frac{21}{10} \cdot \frac{25}{9}$

⑥ $\frac{49}{33} : \frac{21}{55}$

⑦ $\frac{8}{3} : 4$

⑧ $35 \cdot \frac{2}{7}$

Problemas

Los siguientes problemas requieren una operación de producto o división de fracciones o enteros. Da todos los resultados del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible):

⑨ En un rebaño de ovejas, $3/5$ son blancas. De las ovejas blancas, $5/7$ ya han sido trasquiladas. Averigua la fracción del rebaño formada por las ovejas blancas trasquiladas.

⑩ En una bolsa hay bolas blancas y negras. Las bolas son de madera o de metal. Sabemos que las bolas blancas son $2/7$ del total y que $7/12$ de las bolas blancas son de madera. Averigua la fracción de las bolas que son blancas y de madera.

⑪ En una reunión de personas, $2/15$ son europeas. Sabiendo que las personas italianas constituyen $5/8$ del total de europeas de la reunión, averigua qué fracción del total constituyen las italianas.

⑫ Si disponemos de 18 litros de líquido, ¿cuántos botes de $3/5$ de litro podremos llenar?

Problemas

Los siguientes problemas requieren una o más operaciones de suma, producto o división de fracciones o enteros. Da todos los resultados del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible):

⑬ En una perfumería tienen 45 botecitos de muestra de un perfume y en cada botecito hay $\frac{2}{15}$ de litro de perfume. ¿Cuánto perfume de esa clase hay en la perfumería?

⑭ Compramos una bolsa con 200 gramos de pipas y ya nos hemos comido tres cuartos de la bolsa. ¿Cuántos gramos nos quedan por comer?

⑮ Si tenemos 36 botes de un tercio de litro y 35 botes de dos quintos de litro, todos llenos, ¿cuánto líquido tenemos en total?

⑯ El aforo de un local es 400 personas y nos dicen que está a los tres quintos de su capacidad. ¿Cuántas personas más podrían entrar?

⑰ Sales de casa con 90 euros y te gastas dos tercios en una cosa y $\frac{4}{15}$ de lo que te queda en otra. ¿Cuánto dinero te has gastado?

⑱ Tienes 60 botes de un tercio de litro de líquido y quieres guardar todo el líquido en botes de $\frac{5}{8}$ de litro. ¿Cuántos botes necesitas?

Magnitud

Una magnitud es una característica de algún objeto del mundo físico que se puede **medir numéricamente**. Para hacerlo es necesario especificar una unidad de medida. Ejemplo de magnitudes: longitud, extensión, volumen, masa, tiempo, dinero. Ejemplos de características que no son magnitudes: belleza, felicidad, dolor, remordimiento.

Magnitudes directamente proporcionales

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar (o dividir) una por número, la otra queda multiplicada (o dividida) por el mismo número. Ejemplo: el volumen de refresco que compras y el dinero que pagas.

Ejemplos y ejercicios

Dadas las siguientes parejas de magnitudes, estudia si crees que son directamente proporcionales (escribe «DP»), si crees que tienen algún otro tipo de relación (escribe «OTR») o si crees que no tienen ninguna relación (escribe «NR»). Las tres primeras filas son ejemplos.

	Pareja de magnitudes	**Respuesta**
☺	Masa de manzana que compras y lo que pagas por ella	DP
☺	El número de asistentes a una fiesta y la cantidad de tarta que le toca a cada uno	OTR
☺	La talla de zapato y el número de suspensos	NR
①	El tiempo que andas (a la misma velocidad) y la distancia que recorres	
②	El número de grifos iguales abiertos en una piscina y el tiempo que se tarda en llenarla	
③	Los pasos que das de tu casa al instituto y tu paga semanal	
④	El número de personas que trabajan en una obra y el tiempo que tardan en acabarla	
⑤	Las bolsas de patatas que compras y lo que cuesta pagarlas	
⑥	Los amigos que vais al parque de atracciones y lo que os cobran por las entradas	
⑦	La edad y la estatura de una persona.	
⑧	El número de personas atrapadas en un refugio de montaña y el tiempo que les dura la comida que encuentran en él	
⑨	Los helados de una sola bola que vende una tienda y el dinero que ingresa por ellos	
⑩	La velocidad media en un viaje en coche y el tiempo que tardas en llegar a tu destino	

Método de resolución de problemas sencillos

Cuando en un problema hay dos magnitudes directamente proporcionales, si el problema es sencillo se puede resolver con un solo producto o división.

Ejemplo con un producto

Si un litro de refresco cuesta 1,85 euros, ¿cuánto cuestan cuatro litros?

Resolución: $4 \cdot 1{,}85 = 7{,}4$; solución: 7,4 euros.

Ejemplo con una división

Si tres entradas al cine han costado 19,5 euros, ¿cuánto cuesta una?

Resolución: $19{,}5 : 3 = 6{,}5$; solución: 6,5 euros.

Problemas

Resuelve los siguientes problemas mediante un producto o una división.

⑪ Si una bolsa de patatas cuesta 4,2 euros, ¿cuánto cuestan tres bolsas?

⑫ Si una entrada de cine cuesta 7,25 euros, ¿cuánto te costarán ocho?

⑬ Si cinco litros de refresco cuestan 8,25 euros, ¿cuánto cuesta uno?

⑭ Si quince pelotas de golf cuestan 32,25 euros, ¿cuánto cuesta una?

Método de reducción a la unidad

Consiste en resolver un problema con dos magnitudes directamente proporcionales averiguando primero el valor que corresponde a una unidad.

Ejemplo 1

Si tres litros de refresco cuestan 3,45 euros, ¿cuánto cuestan ocho litros?

Cada litro cuesta $3{,}45 : 3 = 1{,}15$; ocho litros costarán $8 \cdot 1{,}15 = 27{,}6$ euros.

Ejemplo 2

Ayer compré 7 bolsas de palomitas por 8,4 euros. Hoy he pagado 12 euros. ¿Cuántas bolsas he comprado?

Cada bolsa cuesta $8{,}4 : 7 = 1{,}2$; si pago 12 euros compro $12 : 1{,}2 = 10$ bolsas.

Problemas

Resuelve estos problemas mediante el método de reducción a la unidad.

⑮ Siete bolsas de patatas cuestan 17,5 euros, ¿cuánto cuestan cuatro?

⑯ Si paseas 35 minutos recorres 910 metros. ¿Cuánto recorrerás si paseas 55 minutos?

⑰ Si una fiesta para 16 personas cuesta 1920 euros, ¿cuánto costará una fiesta para 27 personas?

⑱ Ayer un piloto de automovilismo entrenó a velocidad constante durante cinco horas y media y recorrió 1155 kilómetros. Hoy ha entrenado a la misma velocidad y ha recorrido 1470 kilómetros. ¿Cuánto tiempo ha estado entrenando?

⑲ Me han pagado 1680 euros por trabajar quince días. Si quisiera ganar 3136 euros, ¿cuánto tiempo tendría que trabajar?

⑳ En pintar una estantería de cinco baldas he tardado media hora. ¿Cuánto tardaré en pintar cuatro estanterías de seis baldas? Da el resultado en horas y minutos.

Problemas con magnitudes directamente proporcionales

Estos problemas se consideran sencillos. Por tanto, es posible resolverlos usando varios métodos distintos, aunque siempre se acaba haciendo las mismas operaciones. En esta hoja vamos a ver el método de la **regla de tres directa**, que es una manera simple de disponer los tres datos del problema para obtener directamente la solución.

Ejemplo de regla de tres directa

Si cuatro bolsas de chuches cuestan seis euros, ¿cuánto cuestan diez bolsas?

Una vez comprobado que el número de bolsas de chuches y el dinero que se paga por ellas son magnitudes directamente proporcionales, pasamos a escribir los tres datos del problema junto con una «x» que representa a la solución:

4 bolsas	—	6 euros	$x=\dfrac{10\cdot 6}{4}=15$	Solución: 15 euros
10 bolsas	—	x		

Observa que para calcular «x» se colocan el 10 y el 6 en el numerador y el 4 en el denominador.

A veces la operación final se puede hacer simplificando; por ejemplo:

$$x=\frac{10\cdot 6}{4}=\frac{10\cdot 6}{2\cdot 2}=5\cdot 3=15$$

Problemas

Resuelve estos problemas mediante una regla de tres directa. Haz las operaciones simplificando.

① Si paseas durante 15 minutos recorres 1200 metros. Si paseas 25 minutos, ¿cuánto recorrerás?

② La semana pasada trabajé 14 horas y me pagaron 224 euros. Si la próxima semana trabajara 21 horas, ¿cuánto me pagarían?

③ He reservado un salón para 20 personas y me han cobrado 448 euros. Si quisiera reservar para 35 personas, ¿cuánto me cobrarían?

Problemas con cambios de unidades

Resuelve estos problemas mediante una regla de tres directa. Presta atención a algunos cambios de unidades necesarios y haz las operaciones simplificando.

④ Para dar de comer a mi mascota durante cuatro días necesito 66 euros. ¿Cuánto me cuesta alimentarla dos semanas?

⑤ En un año he ido ahorrando la misma cantidad de dinero cada mes y he conseguido reunir 333 euros. Si sigo así, ¿cuánto dinero más conseguiré reunir en ocho meses?

⑥ Un atleta de elite ha consumido en 25 minutos de carrera 450 kilocalorías. ¿Cuánta energía consumirá en una hora?

Problemas con números decimales

Resuelve estos problemas mediante una regla de tres directa.

⑦ A un enfermo de 60 kilogramos se le da una dosis de medicina de 3 gramos. ¿Qué dosis habría que dar a un enfermo de 90 kg?

⑧ Un caracol avanza 42,6 metros en tres horas. ¿Cuánto avanzará en cinco horas?

Tanto por ciento de una cantidad

Un tanto por ciento de una cantidad es una porción de esa cantidad. Se escribe con el símbolo «%».

Ejemplo: el **15 %** de 1820 es la porción de 1820 que resulta de dividirlo en 100 partes iguales y quedarse con 15; es decir: **15 partes de cada 100**.

Métodos de cálculo

Para calcular un tanto por ciento de una cantidad se pueden usar varios métodos: una regla de tres directa, multiplicar por una fracción o multiplicar por un número decimal.

Ejemplo con una regla de tres directa

Calcula el 15 % de 1820

$$\begin{array}{lcl|l} 100\% & — & 1820 & \multirow{2}{*}{$x=\dfrac{1820\cdot 15}{100}=273$} \\ 15\% & — & x & \end{array}$$

Solución: 273

Para hacer los cálculos también puedes usar simplificaciones; por ejemplo:

$$x=\frac{1820\cdot 15}{100}=\frac{182\cdot 15}{10}=\frac{182\cdot 3}{2}=91\cdot 3=273$$

Ejercicios

Calcula estos tantos por ciento mediante una regla de tres directa. Haz las operaciones simplificando.

① El 36 % de 450

② El 20 % de 705

③ El 11 % de 8500

④ El 78 % de 50

⑤ El 30 % de 980

⑥ El 48 % de 225

De la regla de tres al número decimal

Usando una regla de tres es fácil ver que el cálculo de un tanto por ciento se puede hacer multiplicando por un número decimal.

Ejemplo 1: calcula el 35 % de 78

$$\left.\begin{array}{lcl} 100\% & — & 78 \\ 35\% & — & x \end{array}\right| \quad x=\frac{78\cdot\mathbf{35}}{\mathbf{100}}=78\cdot\mathbf{0{,}35}=27{,}3$$

Solución: 27,3

Ejercicios

Calcula estos tantos por ciento mediante una regla de tres directa. Haz las operaciones multiplicando por un número decimal.

7. El 23 % de 41
8. El 41 % de 23
9. El 87 % de 307
10. El 17 % de 339

Tantos por ciento muy sencillos

Algunos tantos por ciento se pueden calcular de modos muy sencillos, que debes aprender para manejarte con rapidez.

El **50 %** de una cantidad es la **mitad** de la cantidad.

El **25 %** de una cantidad es la **cuarta parte** de la cantidad.

El **10 %** de una cantidad es la **décima parte** de la cantidad.

Ejemplo 2 → El 50 % de 482 es 482 : 2 = 241

Ejemplo 3 → El 25 % de 84 es 84 : 4 = 21

Ejemplo 4 → El 10 % de 512 es 512 : 10 = 51,2

Cálculo mental

Calcula mentalmente los siguientes tantos por ciento y escribe el resultado en la casilla en blanco.

	A	**B**	**C**	**D**
11	50 % de 106	10 % de 890	25 % de 12	10 % de 76
12	20 % de 320	75 % de 44	30 % de 210	50 % de 83

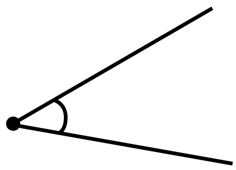
El plano y las figuras planas

Un plano es un invento matemático, no existe en la realidad; pero tú ya tienes una idea de lo es: cuando piensas en una hoja de papel, una pizarra, una pantalla del móvil o del ordenador, un suelo plano, etc. y te lo imaginas infinito, ya te estás imaginando un plano.

Si haces un dibujo en un plano, estás dibujando lo que llamamos una figura plana. Las figuras planas también son inventos matemáticos, pero todo el mundo las reconoce: línea recta, triángulo, circunferencia,...

Ángulo

Un ángulo es la región del plano determinada por dos semirrectas (llamadas **lados**) con origen común (llamado **vértice**). Cuando dibujas dos semirrectas con origen común, estás determinando dos ángulos, así que es costumbre dibujar también un arquito para indicar a qué ángulo te refieres.



Nombres de ángulos

- En un ángulo **completo**, las dos semirrectas son la misma.
- En un ángulo **llano**, las dos semirrectas forman una recta.
- Si se divide un ángulo completo en cuatro partes iguales, cada una es un ángulo **recto**. Para indicar gráficamente que un ángulo es recto se usa un cuadrito en vez del arquito.
- Ángulo **agudo** es cualquiera menor que el recto.
- Ángulo **obtuso** es cualquiera mayor que el recto y menor que el llano.
- Ángulo **convexo** es cualquiera menor o igual al llano.
- Ángulo **cóncavo** es cualquiera mayor que el llano y menor que el completo.

Ejercicios

Dibuja un ángulo de cada clase:

① Completo	② Llano	③ Recto	④ Agudo	⑤ Obtuso	⑥ Convexo	⑦ Cóncavo

Medida de ángulos

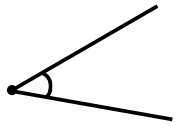
La medida de un ángulo se refiere a la separación entre sus lados, no a la longutud de los lados, puesto que son de longitud infinita.

Hace varios milenios que la humanidad se puso de acuerdo en la comodidad de **dividir un ángulo completo en 360 partes iguales**. Cada una se llama **grado sexagesimal** (o simplemente grado, cuando no se puede confundir con otros tipos de grados) y se representa con el símbolo «°». Por tanto:

Ángulo	Medida	Ángulo	Medida	Ángulo	Medida
Completo	360°	Llano	180°	Recto	90°

Ejercicios

Rellena la siguiente tabla como en el ejemplo de la primera fila.

	Medida	Representación	Agudo	Obtuso	Convexo	Cóncavo
☺	45°		Sí	No	Sí	No
⑧	60°					
⑨	270°					
⑩	180°					
⑪	30°					
⑫	330°					
⑬	200°					
⑭	120°					
⑮	90°					
⑯	135°					
⑰	325°					

Lados, ángulos y vértices de un triángulo

Los triángulos tienen tres ángulos (de ahí su nombre) y tres lados. Los vértices de los ángulos se llaman vértices del triángulo y son los puntos en los que se unen los lados. Cada vértice se opone a un lado, y viceversa.

Clasificación de un triángulo por sus lados

- Triángulo **equilátero**: sus tres lados son iguales.
- Triángulo **isósceles**: tiene al menos dos lados iguales.
- Triángulo **escaleno**: sus tres lados son diferentes.

Clasificación de un triángulo por sus ángulos

- Triángulo **obtusángulo**: tiene un ángulo obtuso.
- Triángulo **rectángulo**: tiene un ángulo recto.
- Triángulo **acutángulo**: tiene los tres ángulos agudos.

Ejercicios

Dibuja un triángulo que verifique las características pedidas:

① Obtusángulo isósceles	② Rectángulo escaleno	③ Acutángulo equilátero
④ Rectángulo isósceles	⑤ Obtusángulo escaleno	⑥ Acutángulo escaleno

Medianas y baricentro

Las **medianas** de un triángulo son los segmentos que unen un vértice con el punto medio del lado opuesto.

El **baricentro** es el punto en el que se cortan las medianas de un triángulo.

Ejercicio

⑦ Dibuja un triángulo obtusángulo escaleno, sus tres medianas y comprueba que se cortan en un punto.

Lados de un triángulo rectángulo

- Los lados que forman el ángulo recto se llaman **catetos**.
- El lado opuesto al vértice del ángulo recto se llama **hipotenusa**.

Suma de los ángulos de un triángulo

La suma de los tres ángulos de un triángulo siempre es 180°.

Problemas

Calcula los tres ángulos de los siguientes triángulos.

⑧ Tiene un ángulo de 125° y otro de 15°.

⑨ Tiene un ángulo de 68° y otro de 53°.

⑩ Tiene dos ángulos de 72°.

⑪ Es un triángulo rectángulo y tiene un ángulo de 24°.

⑫ Es un triángulo equilátero.

⑬ Es un triángulo isósceles con un ańgulo de 84° y los otros dos iguales.

⑭ Es un triángulo rectángulo isósceles.

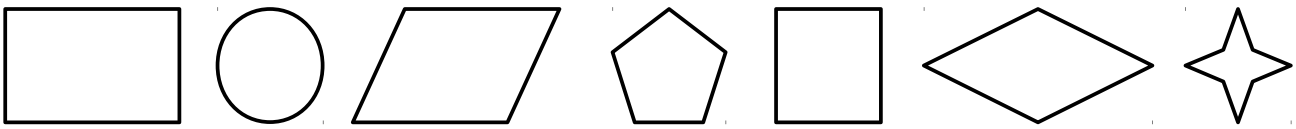
Perímetro y área de cuadriláteros **Hoja 49**

Cuadriláteros

Los cuadriláteros tienen cuatro lados (de ahí su nombre) y cuatro ángulos. Los vértices de los ángulos se llaman vértices del cuadrilátero y son los puntos en los que se unen los lados. Las dos diagonales de un cuadrilátero son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos.

Ejercicio

① Dibuja las dos diagonales de todos los cuadriláteros representados.



Perímetro de una figura plana

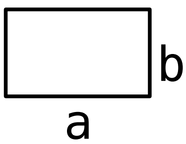
Es la suma de las longitudes de todos sus lados.

Área de una figura plana

Es la medida de la región del plano que ocupa.

Rectángulo

Es un cuadrilátero que tiene los cuatro ángulos rectos. Como consecuencia, tiene los lados paralelos e iguales dos a dos. Se llaman dimensiones a las longitudes de los dos lados diferentes (en la figura, «a» y «b»).



Perímetro = 2·(a+b); área = a·b

Ejemplo

Calcula el perímetro y el área de un rectángulo de dimensiones 3 m y 5 m.

Perímetro = 2·(3+5) = 2·8 = 16 m; área = 3·5 = 15 m²

Ejercicio

② Calcula el perímetro y el área de un rectángulo de dimensiones 12 metros y 20 metros.

Cuadrado

Es un cuadrilátero que tiene los cuatro ángulos rectos y los cuatro lados iguales. Si llamamos «l» a la longitud de cualquier lado,

Perímetro = 4·l; área = l²

Ejemplo

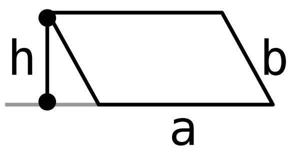
Calcula el perímetro y el área de un cuadrado de 7 metros de lado.

Perímetro = 4·7 = 28 m; área = 7² = 49 m²

Ejercicio

③ Calcula el perímetro y el área de un cuadrado de 9 metros de lado.

Paralelogramo



Es un cuadrilátero que tiene los lados paralelos e iguales dos a dos. Se llaman dimensiones a las longitudes de los dos lados diferentes (en la figura, «a» y «b»).

La **altura** de un paralelogramo es la distancia entre dos lados paralelos (en la figura, «h»). Observa que siempre se toma en perpendicular y que tiene dos, aunque solo hemos dibujado una.

Perímetro = 2·(a+b); área = a·h

Ejemplo

Calcula el perímetro y el área de un paralelogramo de dimensiones 4 metros y 7 metros y cuya altura correspondiente al lado de 7 metros mide 3 metros.

Perímetro = 2·(4+7) = 2·11 = 22 m; área = 7·3 = 21 m²

Ejercicio

④ Calcula el perímetro y el área de un paralelogramo de dimensiones 12 metros y 9 metros y cuya altura correspondiente al lado de 12 metros mide 8 metros.

Rombo

Es un cuadrilátero que tiene los cuatro lados iguales. Como consecuencia, debe ser un paralelogramo. Para conocer el perímetro hay que conocer la longitud del lado («l») y se puede calcular el área conocidas las longitudes de las dos diagonales («D» y «d»): perímetro = 4·l; área = $\frac{D \cdot d}{2}$

Ejemplo

Calcula el perímetro y el área de un rombo cuyo lado mide 61 metros y sus diagonales miden 22 metros y 120 metros.

Perímetro = 4·61 = 244 m; área = $\frac{22 \cdot 120}{2}$ = 22·60 = 1320 m²

Ejercicios

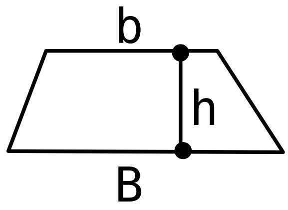
⑤ Calcula el perímetro y el área de un rombo cuyo lado mide 5 metros y sus diagonales miden 8 metros y 6 metros.

⑥ Calcula el perímetro y el área de un rombo cuyo lado mide 13 metros y sus diagonales miden 24 metros y 10 metros.

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Trapecio, triángulo y polígono regular **Hoja 50**

Trapecio



Es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos, llamados **bases** (en la figura, «B» y «b»). Llamamos **altura** a la distancia entre las bases (en la figura, «h»). Para calcular el perímetro hace falta conocer los cuatro lados. El área se puede calcular con esta fórmula: área = $\frac{B+b}{2} \cdot h$

Ejemplo

Calcula el área de un trapecio de bases 12 metros y 8 metros y altura 7 m.

Área = $\frac{12+8}{2} \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70 \text{ m}^2$

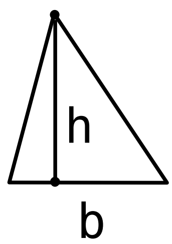
Ejercicios

① Calcula el área de un trapecio de bases 20 m y 12 m y altura 9 m.

② Calcula el área de un trapecio de bases 15 m y 9 m y altura 5 m.

③ Calcula el área de un trapecio de bases 8 m y 5 m y altura 2 m.

Triángulo



Llamamos **altura** de un triángulo a la distancia entre un vértice y el lado opuesto (en la figura, «h»); en ese caso, llamamos **base** al lado (en la figura, «b»). Un triángulo tiene tres alturas. Para calcular el perímetro de un triángulo hace falta conocer los tres lados. El área se puede calcular con esta fórmula: área = $\frac{b \cdot h}{2}$

Ejemplo

Calcula el área de un triángulo de base 32 metros y altura 15 metros.

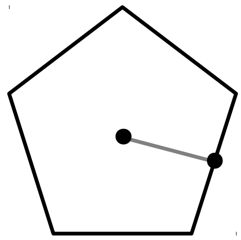
Área = $\frac{32 \cdot 15}{2} = 16 \cdot 15 = 240 \text{ m}^2$

Ejercicios

④ Calcula el área de un triángulo de base 8 metros y altura 5 metros.

⑤ Calcula el área de un triángulo rectángulo de catetos 13 m y 10 m.

Polígono regular



- Un polígono regular es el que tiene todos los lados iguales y todos los ángulos iguales. Ejemplos: el triángulo equilátero y el cuadrado.
- El centro de un polígono regular es el punto que está a la misma distancia de todos los vértices.
- La apotema es el segmento que une el centro del polígono con el punto medio de un lado.
- Si el polígono regular tiene *n* lados y cada lado mide *l*, el perímetro será: Perímetro = n·l
- Si el polígono regular tiene perímetro *P* y la apotema mide *a*, el área será: Área = $\frac{P \cdot a}{2}$

Ejemplo

Calcula el perímetro y el área de un polígono regular de siete lados (heptágono) cuyo lado mide 12 metros y su apotema mide 12,5 metros.

Perímetro = 7·12 = 84 m; área = $\frac{84 \cdot 12{,}5}{2}$ = 42·12,5 = 525 m²

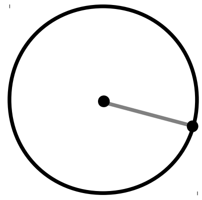
Ejercicios

⑥ Calcula el perímetro y el área de un polígono regular de cinco lados (pentágono) cuyo lado mide 8 metros y su apotema mide 5,5 metros.

⑦ Calcula el perímetro y el área de un polígono regular de ocho lados (octógono) cuyo lado mide 20 metros y su apotema mide 24 metros.

⑧ Calcula el perímetro y el área de un polígono regular de seis lados (hexágono) cuyo lado mide 12 metros y su apotema mide 10,4 metros.

Circunferencia



Una circunferencia es el conjunto de puntos del plano cuya distancia a un punto fijo es igual para todos. El punto fijo se llama **centro** y la distancia se llama **radio**. La circunferencia tiene longitud, pero no tiene área.

Círculo

Un círculo es la región del plano encerrada por una circunferencia. El círculo tiene área, pero no tiene longitud.

El número π

La letra griega «π» (pi minúscula) equivale a la letra latina «p» (pe minúscula). En matemáticas se utiliza para representar un número muy especial, que tiene infinitas cifras que no se repiten nunca: $\pi = 3{,}14159265358979323 84...$

En este curso se utilizará la aproximación $\boldsymbol{\pi = 3{,}14}$, para facilitar los cálculos.

Longitud de la circunferencia

Si una circunferencia tiene radio R, su longitud l es: $\mathbf{l = 2 \cdot \pi \cdot R}$

La longitud de una circunferencia se considera también su perímetro, de ahí la elección de la letra π.

Área de un círculo

Si un círculo tiene radio R, su área A es: $\mathbf{A = \pi \cdot R^2}$

Ejemplo

Calcula la longitud de una circunferencia de radio 3 metros y el área del círculo que encierra.

$l = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 = 6 \cdot 3{,}14 = 18{,}84$ m; $A = 3{,}14 \cdot 3^2 = 3{,}14 \cdot 9 = 28{,}26$ m²

Ejercicios

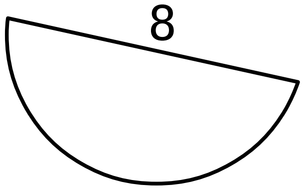
① Calcula la longitud de una circunferencia de radio 10 metros y el área del círculo que encierra.

② Calcula la longitud de una circunferencia de radio 2 metros y el área del círculo que encierra.

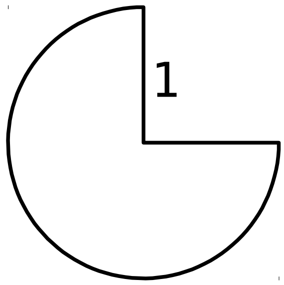
Problemas

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras planas. Todas las medidas están en metros.

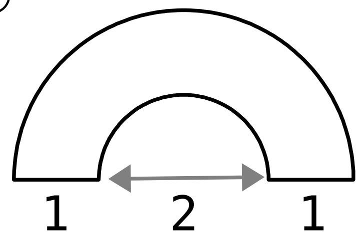
③



④



⑤



Ejercicios

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras planas.

① Un rectángulo de dimensiones 7 metros y 9 metros.

② Un cuadrado de 23 metros de lado.

③ Un paralelogramo de dimensiones 13 metros y 8 metros y altura 6 metros.

④ Un rombo de 29 metros de lado cuyas diagonales miden 40 m y 42 m.

⑤ Un trapecio cuyos lados paralelos miden 34 metros y 20 metros, sus otros dos lados miden 15 metros y 13 metros y la altura mide 12 metros.

⑥ Un triángulo isósceles con dos lados de 37 metros, un lado de 24 metros y la altura que corresponde al lado menor mide 35 metros.

Ejercicios

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras planas.

⑦ Un triángulo rectángulo cuyos lados miden 39 m, 80 m y 89 m.

⑧ Un polígono regular de diez lados cuyo lado mide 10 metros y su apotema mide 15,4 metros.

⑨ Una circunferencia de 20 metros de radio y el círculo que encierra.

Problemas

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras planas. Todas las medidas están en metros.

⑩	⑪	⑫