UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (**LOGSE**)

Modelo para Curso **2008-2009**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dados el plano $\pi \equiv x + 2y - z = 2$, la recta:

$$r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{4}$$

y el punto $P(-2, 3, 2)$, perteneciente al plano π, se pide:
a) (0,5 puntos). Determinar la posición relativa de π y r.
b) (1 punto). Calcular la ecuación de la recta t contenida en π, que pasa por el punto P y que corta perpendicularmente a r.
c) (1,5 puntos). Sea Q el punto de intersección de r y t. Si s es la recta perpendicular al plano π y que contiene a P, y R es un punto cualquiera de s, probar que la recta determinada por R y Q es perpendicular a r.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Sea:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x^2}{4} & si \quad x < \dfrac{3}{2} \\[2ex] \dfrac{7}{12}\left(1 - (x-2)^2\right) & si \quad x \geq \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

a) (1 punto). Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x)$.
b) (1 punto). Hallar los máximos y mínimos locales de $f(x)$.
c) (1 punto). Dibujar la gráfica de $f(x)$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 3y = 2k \\ 3x - 5y = k \end{cases}$$

a) (1 punto). Discutirlo según los distintos valores del parámetro k.
b) (1 punto). Resolverlo en los casos en que sea posible.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Resolver la ecuación:

$$\begin{vmatrix} 2(x^2-1) & x+1 & (x+1)^2 \\ x-1 & x+1 & x+1 \\ (x-1)^2 & x-1 & x^2-1 \end{vmatrix} = 0$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dados el punto $P(1,-1,2)$ y el plano $\pi \equiv 2x - y + z - 11 = 0$, se pide:
a) (1,5 puntos). Determinar el punto Q de intersección del plano π con la recta perpendicular a π que pasa por P. Hallar el punto R simétrico del punto P respecto del plano π.
b) (1,5 puntos). Obtener la ecuación del plano paralelo al plano π que contiene al punto H que se encuentra a $5\sqrt{6}$ unidades del punto P en el sentido del vector $\overrightarrow{PQ}$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Si $A = (C_1, C_2, C_3)$ es una matriz cuadrada de orden 3 con columnas C_1, C_2, C_3, y se sabe que $\det(A) = 4$, se pide:
a) (1 punto). Calcular $\det(A^3)$ y $\det(3A)$.
b) (2 puntos). Calcular $\det(B)$ y $\det(B^{-1})$, siendo $B = (2C_3, C_1 - C_2, 5C_1)$ la matriz cuyas columnas son:

$$2C_3,\ C_1 - C_2,\ 5C_1.$$

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Sea:

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2+1}$$

a) (1 punto). Estudiar la continuidad y derivabilidad de f en $x = 0$.
b) (1 punto). Estudiar cuándo se verifica que $f'(x) = 0$. Puesto que $f(1) = f(-1)$, ¿existe contradicción con el Teorema de Rolle en el intervalo $[-1,1]$?

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Sea:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si} \quad x \le 1 \\ \\ \ln(x) & \text{si} \quad x > 1 \end{cases},$$

donde $\ln(x)$ significa logaritmo neperiano de x. Hallar el área de la región acotada limitada por la gráfica de $f(x)$, y por la recta $y = 1$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **a)** Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Obtención del punto Q, 0,5 puntos. Planteamiento de que la recta QR es perpendicular a r, 0,5 puntos. Prueba de que la recta QR es perpendicular a r, 0,5 puntos.

Ejercicio 2. **a)** Continuidad, 0,5 puntos; Derivabilidad, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Resolución, 1 punto.

Ejercicio 3. **a)** Discusión, 1 punto.
b) Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4. **a)** Resolución, 2 puntos. Si el alumno aplica correctamente las propiedades de los determinantes, los errores de cálculo penalizan 1 punto como máximo.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **a)** Obtención del punto Q, 0,75 puntos; Obtención del punto R, 0,75 puntos
b) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 2. **a)** Cálculo de $|A^3|$, 0,5 puntos. Cálculo de $|3A|$, 0,5 puntos.
b) Cálculo de $|B|$; Planteamiento, 1 punto; Resolución, 0,5 puntos.
Cálculo de $|B^{-1}|$, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. **a)** Determinación de que f es continua en $x = 0$; 0,25 puntos.
Determinación de que f no es derivable en $x = 0$: Planteamiento, 0,5 puntos; Resolución, 0,25 puntos.
b) Determinación de los puntos en que la derivada se anula, 0,5 puntos.
Explicar porqué no se contradice el Teorema de Rolle, 0,5 puntos.

Ejercicio 4. Dibujo de la región y cálculo de los límites de integración, 1 punto. Cálculo del área, 1 punto.