

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen consta de dos opciones, A y B.

El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

1. (2 puntos). Se consideran la recta  $r: \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$  y el punto  $P(1,1,1)$ . Dado el punto  $Q(0,0,0)$  de  $r$ , hallar todos los puntos  $A$  contenidos en  $r$  tales que el triángulo de vértices  $A$ ,  $P$  y  $Q$  tenga área 1.

2. (2 puntos). a) (1,5 puntos). Calcular la ecuación general del plano  $\pi_1$  que contiene a la recta

$$r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

y es perpendicular al plano  $\pi_2: 2x + y - z = 2$ .

b) (0,5 puntos). Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .

3. (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ky + k^2z = 1 \\ x + ky - kz = k^2 \\ -x + ky - k^2z = k^2 \end{cases}$$

a) (2 puntos). Discutirlo según los distintos valores de  $k$ .

b) (1 punto). Resolverlo para  $k = -1$ .

4. (3 puntos). a) (1 punto). Si  $f$  es una función continua, obtener  $F'(x)$  siendo:

$$F(x) = \int_0^x (f(t) + t^2 + t^3) dt$$

b) (2 puntos). Si  $f(1) = 1$  y además  $\int_0^1 f(t) dt = 1$ , hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $F(x)$  en el punto  $(1, F(1))$ .

OPCIÓN B

1. (2 puntos). Dada la función  $f(x) = 6x^2 - x^3$ , se pide:

- (1 punto). Hallar un valor  $a > 0$  tal que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto  $(a, f(a))$  sea paralela a la recta  $y = -15x$ .
- (1 punto). Hallar el área de la región acotada limitada por la gráfica de  $f$  y la parte positiva del eje  $OX$ .

2. (2 puntos). Obtener el valor de  $k$  sabiendo que:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{kx+5} = e^2$$

3. (3 puntos). Se consideran el punto  $P(1,0,1)$ , la recta:

$$r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$$

y el plano  $\pi: x + y + z = 0$ . Se pide:

- (1,5 puntos). Obtener el punto  $P'$ , simétrico de  $P$  respecto del plano  $\pi$ .
- (1,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta  $s$  que contiene al punto  $P$ , corta a la recta  $r$  y es paralela al plano  $\pi$ .

4. (3 puntos). Dada la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (1,5 puntos). Determinar el rango de  $M$  según los valores del parámetro  $\lambda$ .
- (1,5 puntos). Determinar para qué valores de  $\lambda$  existe la matriz inversa de  $M$ . Calcular dicha inversa para  $\lambda = 0$ .

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

#### OPCIÓN A

1. Planteamiento: 1 punto.  
Resolución: 1 punto.
2. Apartado a): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.  
Apartado b): 0,5 puntos.
3. Apartado a): Cálculo de los valores de  $k$ , 1 punto. Discusión del sistema, 1 punto.  
Apartado b): 1 punto.
4. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 2 puntos.

#### OPCIÓN B

1. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 1 punto.
2. Cálculo del límite en función de  $k$ , 1,5 puntos.  
Cálculo de  $k$ : 0,5 puntos.
3. Apartado a): Cálculo de la proyección de  $P$  sobre  $\pi$ , 0,75 puntos. Cálculo de  $P'$ , 0,75 puntos.  
Apartado b): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.
4. Apartado a): 1,5 puntos.  
Apartado b): Cálculo de los valores de  $\lambda$ , 0,5 puntos. Cálculo de la matriz inversa, 1 punto.