

Opción A. Ejercicio 1. Valor: 2 puntos.

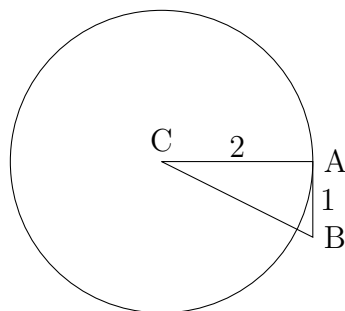
Se considera una varilla AB de longitud 1. El extremo A de esta varilla recorre completamente la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$; la varilla se mantiene en todo momento tangente a dicha circunferencia.

- a) (1 punto) Determinar el lugar geométrico descrito por el extremo B de la varilla.
- b) (1 punto) Obtener la ecuación cartesiana de dicho lugar geométrico.

a) Encontramos el centro y el radio de la circunferencia dada:

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 4 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$$

El centro es $C = (2, 1)$ y el radio es $R = 2$



El triángulo ABC es rectángulo en A , de modo que $d(B, C) = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

Solución El punto B describe la circunferencia de centro el punto $(2, 1)$ y radio $\sqrt{5}$

b) La ecuación de la circunferencia de centro el punto $(2, 1)$ y radio $\sqrt{5}$ es

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = (\sqrt{5})^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

Solución $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$