Segundo A

Fecha: J. 21. 11. 1985

Tiempo: 50'

1p. (1) Def. de sucesión decreciente

1p. (2) Def. de sucesión acotada superiormente

1p. (3) Definición de límite finito

2p. (4) Siendo $f: \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$, $n \to -2n+3$, $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Q}$, $z \to \frac{z}{-6} + \frac{1}{2}$, hallar $g \circ f$

1p. (5) ¿Tienen inversa las sucesiones $a_n = 6n - 30$ y $b_n = n + 8$?

2p. (6) Estudiar la monotonía y la acotación de $x_n = n^2 - n + 2$

2p. (7) $\lim \left(\dfrac{2 + \frac{3}{n^2}}{n^3 + n} + n^2 - 5 \right)$

Para subir calificación

(1) Escribir la def. de límite finito y explicar la idea que representa.

(2) ¿Una sucesión decreciente puede tener por límite ∞? ¿Y $-\infty$? Explicarlo.

(3) ¿Toda sucesión convergente debe ser acotada? ¿Toda suc. acotada debe ser convergente? Explicar.

Segundo B

Fecha: M. 26. 11. 1985

Tiempo: 50'

1p. 1) Def. de sucesión creciente

1p. 2) Def. de sucesión acotada inferiormente

1p. 3) Definición de límite finito

2p. 4) Siendo $f: \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$, $q \to -2q+4$, hallar f^{-1}

1p. 5) ¿Tienen inversa las sucesiones $a_n = 4 - \sqrt{n}$ y $b_n = \frac{3n+1}{2}$? ¿Por qué?

2p. 6) Estudiar la monotonía y la acotación de $x_n = 2n^2 + 3n$

2p. 7) $\lim \left(n^2 + n - \dfrac{\frac{1}{n} + 1}{n + \frac{1}{n}} - 6\right)$

Para subir calificación

1) Escribir la definición de límite menos infinito y explicar la idea que representa

2) ¿Una sucesión divergente puede ser acotada? ¿Y una monótona creciente?

3) Si $a_n, b_n \to \infty$, $\lim \frac{a_n}{b_n}$ es indeterminado. Poner tres ejemplos en los que el límite salga ∞, 5 y 0, respectivamente.

X.4.2.87 50'

1.5 ① Def. lím. finito de una suc., def. dominio de una función

1 ② $\lim \left(2n + 5n^2 - 3n^7 + 5n^4 \right)$

1.5 ③ $\lim \left(\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n^2 + 1} \right)$

1.5 ④ $\lim \left(\dfrac{n+6}{n+3} \right)^{2n}$

1 ⑤ $\lim \dfrac{3n^2 - 6n^3 + 1}{5n - 12n^3}$

2 ⑥ Repr. graf. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.

$$x \longrightarrow \begin{cases} 1 & x < -2 \\ |x| & -2 \leq x < 1 \\ \dfrac{x+1}{2} & x \geq 1 \end{cases}$$

1.5 ⑦ Dominio de $\alpha(x) = \dfrac{1}{x+5} - \sqrt{x+6}$

Para elevar calificación.

①

i) Calcular el límite de la sucesión $a : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$.

$$n \longrightarrow \begin{cases} \dfrac{(-1)^n}{n} & n \text{ par} \\ 0 & n \text{ impar} \end{cases}$$

ii) Id. $b : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$.

$$n \longrightarrow \begin{cases} \dfrac{(-1)^n}{n} & n \text{ par} \\ 10^{-6} & n \text{ impar} \end{cases}$$

② Dominio de $f(x) = \sqrt{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2}} - \dfrac{1}{(x^2-4)(x-7)}$

Segundo A

Fecha: J. 6.2.1986

Tiempo: 50'

1p. ① Definición de función continua en un punto

2p. ② Demostrar que cualquier función polinómica es continua

1p. ③ Hallar el dominio de $\alpha(x) = \dfrac{2}{x^2+x}$ y $\beta(x) = \sqrt{x-9}$

2p. ④ Calcular $\lim_{x\to\infty} \left(1 + \dfrac{5}{x^2+1}\right)^{2x^2}$

2p. ⑤ Calcular $\lim_{x\to 1} \dfrac{3x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{4x^3 - 5x^2 + 1}$

2p. ⑥ Calcular $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x^4+1} + x}{\sqrt{4x^6+5} + x^2}$

Examen para subir calificación

① Hallar el dominio de $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$

② $\lim_{x\to\infty} \left(\dfrac{\sqrt{4x^2+5}}{\sqrt[3]{125x^3+7}} - \dfrac{2x+1}{5x} \right)$

③ Definir una función con infinitos puntos de discontinuidad

Segundo B

Fecha: V.31.1.1986

Tiempo: 50'

1p. (1) Definición de límite finito de una función en un punto

2p. (2) Demostrar que si $f, g \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$ entonces $f+g \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$

1p. (3) Hallar el dominio de $\alpha(x) = \dfrac{1}{4x-12}$ y $\beta(x) = \sqrt{x-2}$

2p. (4) Calcular $\lim\limits_{x \to 0} (1 + x^2 + x)^{\frac{3}{x^2}}$

2p. (5) Calcular $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^4 - 2x^3 + x^2 + 3x - 10}{2x^3 - 7x^2 + 9x - 6}$

2p. (6) Calcular $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x+3} \right)$

Examen para subir calificación

(1) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\sqrt{4x^2+1} - \sqrt{x}}{\sqrt[3]{27x^3+1} - \sqrt{x+1}}$

(2) Definir una función que sólo tenga 3 puntos de discontinuidad, uno de cada tipo

(3) Hallar el dominio de la función $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

Segundo A

Fecha: X. 23.4.1986 Tiempo: 50'

1p. ① Logaritmo de una raíz

1.5p ② Tomar logaritmos en la expresión $\dfrac{\sqrt[5]{13^8}\cdot\sqrt[27]{10^{10}}}{23^{17}}$

" ③ Resolver la ecuación $9^x - 3^{x+2} = 486$

" ④ Resolver la ecuación $2\log x + 1 = \log x^3 + \log 2$

" ⑤ Demostrar que $1 + ctg^2\alpha = cosec^2\alpha$

" ⑥ Sabiendo que $tg\,\alpha = -4$ y $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, calcular las demás razones trig. de α

" ⑦ Calcular sen, cos y tg de $\dfrac{23}{6}\pi$, pasándolo antes a grados sexagesimales.

Para subir calificación

① $$\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 33 \\ e^x = \dfrac{e^{11}}{e^y} \end{cases}$$

② Encuentra todos los ángulos que puedas que verifiquen $tg\,\alpha = 1$

Segundo B

Fecha: M.15.4.1986 Tiempo: 50'

1p (1) Definición de logaritmo

1.5p (2) Tomar logaritmos en la expresión $\dfrac{\sqrt[7]{23^5}\cdot\sqrt[15]{10^2}}{17^{13}}$

" (3) Resolver la ecuación $4^x - 2^{x+3} = -16$

" (4) Resolver la ecuación $2\log x - \log\frac{x}{2} = 3$

" (5) Def. de seno, coseno y tg en la circunf. trigonométrica

" (6) Sabiendo que $tg\,\alpha = 2$ y $\alpha \in (180°, 270°)$, calcular las demás razones trigonométricas de α

" (7) Calcular sen, cos y tg de 502° sabiendo que sen 38° = 0.62 y cos 38° = 0.79

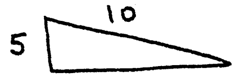
Para subir calificación

(1) $\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 33 \\ e^x = \dfrac{e^{11}}{e^y} \end{cases}$

(2) Encuentra todos los ángulos que puedas que verifiquen $tg\,\alpha = 1$

Segundo A

Fecha: L. 2. 6. 1986   Tiempo: 50'

1.5p (1) 

1.5p (2) Derivada de la función arc sen

-1 c.e. (3) $y = a^x$, $z = f(x)\,g(x)\,h(x)$, $t = \cos(f(x))$

-0.5 c.e. (4) $a = \sqrt[7]{x^5}$, $b = \operatorname{sen}\sqrt{x}$

2p. (5) $p = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + \operatorname{tg} x^3}\right)$

1.5p (6) $q = \operatorname{sen}^3 x^4$

1.5p (7) $\alpha = (\operatorname{tg} x)^{x^2+x}$

2p. (8) En forma implícita : $\dfrac{\operatorname{sen} y}{\cos x} = e^y + \ln(xy)$

Para subir nota

(1) Encontrar una función $f(x)$ cuya derivada sea $f'(x) = x^3 + x^2 + 1$

¿Se pueden encontrar más?

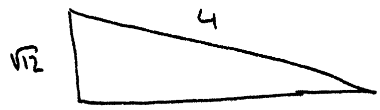
(2) Si $y = \log_x 2$, calcula y'

(3) Siendo $g(x) = x e^x$, calcular $g^{(n}(x)$

Segundo B

Fecha: X.4.6.1996   Tiempo: 50'

1.5p (1)



1.5p (2) Derivada de $y = \ln x$. Demostración

-1 c.e. (3) $y = \log_a x$, $z = \arccos x$, $t = a^{f(x)}$

-0.5 c.e. (4) $a = \operatorname{sen} \ln x$, $b = \sqrt[5]{\operatorname{arctg} x}$

2p. (5) $p = \operatorname{tg}\left(x^2 + \log_3\left(e^{x^2} + \frac{1}{x}\right)\right)$

1.5p (6) $f = \cos^2 \operatorname{sen}^3 x$

1.5p (7) $\alpha = (\ln x)^{\frac{1}{x}}$

2p. (8) En forma implícita $e^y \cdot \operatorname{sen} x^2 \cdot y^3 = 5^{x^2 y^2}$

Para subir nota

(1) Encontrar una función f cuya derivada sea $f'(x) = \operatorname{sen} x + \cos x + x^2$

¿Se pueden encontrar más?

5b

(2) Si $g(x) = e^{2x}$, calcula $g^{(n}(x)$

5p. (3) Si $h(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(ex)}{x^e}$, calcula $h''(x)$

Segundo de B.U.P. Examen de septiembre

Hay que aprobar cada una de las tres partes

Parte A

0.5p ① Definiciones de sucesión convergente y divergente

1p ② Definición de función continua en un punto. Definición de función continua

1p ③ Siendo $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longrightarrow x^2 + \frac{x-1}{2}$ y $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longrightarrow 4x+2$, hallar $g \circ f$

1p ④ Hallar las sucesiones inversas de $a_n = n^2 + n - 6$ y $b_n = \frac{1}{7n^3}$

1p ⑤ Decir el dominio de la función $\alpha(x) = \frac{1}{x^2+x-6} + \sqrt{x-1}$

2p ⑥ $\lim_{x \to 3} \frac{2x^3 - 5x^2 - 4x + 3}{x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6}$ 2p ⑦ $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{n+5}{n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$

1.5p ⑧ $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + \sqrt{x}}{2x^2 + 3}$, $\lim_{x \to \infty} \frac{x+1}{x^2 + 3x}$

Parte B

1p ① Definición de logaritmo. Logaritmo de un producto

2p ② Enunciar la relación trigonométrica. Dar dos demostraciones

1p ③ Tomar logaritmos decimales en las expresiones $\sqrt[5]{27^3 \cdot \sqrt{15}}$ y $\frac{31^5 \cdot \sqrt[7]{8}}{13^8 \cdot 10000}$

1p ④ Resolver la ecuación $36^x - 6^{x+1} = 1080$

1.5p ⑤ Resolver la ecuación $1 + \log(4x) = \log(8x^2) - \log 5$

1.5p ⑥ Hallar todas las razones trigonométricas de α sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = -4$ y $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$

2p ⑦ Calcular sen, cos y tg de $837°$ sabiendo que $\operatorname{sen} 27° = 0.45$ y $\cos 27° = 0.89$

Parte C

2p ① Derivada de $y = \ln x$ y de $y = \arcsen x$. Demostración

1.5p ② Derivar $a = \sqrt[7]{x^2} + \frac{1}{x}$; $b = \operatorname{sen} \ln \sqrt{3x}$; $c = \operatorname{tg} 3x \cdot 2^x$

3p ③ Derivar $d = \frac{\cos x^2}{x + e^x}$; $e = \log(\operatorname{arctg} 5^{x+1})$; $f = \operatorname{sen}^2 \cos^3 \operatorname{tg}^4 x$

1.5p ④ Calcular la derivada de la función $y = (x+5)^{\operatorname{sen} 3x}$

2p ⑤ Derivar en forma implícita la expresión

$$(\operatorname{sen} x)\, e^{y^2} (\sqrt{y}) = x^7 y^5 + \frac{\pi}{4}$$

Matemàticas Segundo de B.U.P. Septiembre de 1987

El examen constarà de 6 partes independientes, en las que habrà que demostrar un dominio suficiente. En todas ellas habrà preguntas de teorìa, en las que se buscaràn los conceptos fundamentales del curso. Los problemas en los que hay que hacer especial atenciòn se enuncian integrados en cada una de las seis partes:

Parte A Teorìa de conjuntos
Operaciones uniòn, intersecciòn y diferencia de conjuntos, utilizando los distintos tipos de intervalos de **R**. Operaciones suma, producto, composiciòn e inversiòn de funciones reales de variable real.

Parte B Lìmites de sucesiones
Calcular tèrminos de una sucesiòn conocido el tèrmino general, deducir èste a partir de los primeros. Operaciones suma, diferencia, producto, inversiòn y cociente de sucesiones. Càlculo de lìmites de sucesiones.

Parte C Lìmites de funciones
Representaciòn gràfica de funciones reales de variable real definidas a trozos. Càlculo del dominio de una funciòn. Càlculo de lìmites de funciones. Encontrar los puntos de discontinuidad de una funciòn.

Parte D Las funciones exponencial y logarìtmica
Representaciòn gràfica de ambas. Càlculos con logaritmos. Resoluciòn de ecuaciones exponenciales y logarìtmicas.

Parte E Trigonometrìa
Conocida una razòn trigonomètrica de un àngulo y el cuadrante al que pertenece, hallar todas las demàs. Sabiendo las razones trigonomètricas de los àngulos entre 0° y 45°, hallar las de cualquier otro. Resoluciòn de triàngulos rectàngulos.

Parte F Càlculo diferencial
Càlculo de la derivada de una funciòn en un punto por utilizaciòn directa de la definiciòn. Càlculo de las funciones derivada primera y sucesivas de una funciòn utilizando las reglas de derivaciòn. Derivaciòn logarìtmica. Derivaciòn en forma implìcita. Estudio del crecimiento y la convexidad de una funciòn en un punto. Determinaciòn de los màximos y mìnimos relativos y puntos de inflexiòn de una funciòn.

Nota Los alumnos de tercero de B.U.P. no tendràn obligaciòn de contestar las preguntas de teorìa ni ciertos problemas que no entraron en su programa, pero podràn hacerlo si asì lo desean.

El profesor de la asignatura

Fdo.: Pedro Reina

Segundo de B.U.P. Examen de suficiencia

* (A1) Calcular $[(3,\rightarrow) \cap (-\infty,4)] \cup [4,5]$; $[(0,8) - (6,10)] \cup \{0\}$

(A2) Siendo $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 2x+1$, $g(x) = x^2-1$, calcular $f \cdot g$, $g \circ f$, $f \circ g$

(B1) Las sucesiones a_n, b_n y c_n tienen como primeros términos los que se indican:

$a \rightarrow 10, 8, 6, 4 \ldots$; $b \rightarrow 4, 9, 16, 25, \ldots$, $c \rightarrow -7, -4, -1, \ldots$

Hallar sus términos generales, y (si se puede) $\frac{1}{a_n}$, $\frac{1}{b_n}$, $\frac{1}{c_n}$, $2a_n - b_n c_n$

* (B2) Definición de sucesión acotada y sucesión convergente. ¿Qué relación hay entre ambas?

(B3) Estudiar la monotonía y la acotación de $\alpha_n = 1 - \frac{1}{n}$

(B4) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{1}{n} - 2n^2 + 5n^3 - n^4\right)$; $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n+1}{n+5}\right)^{2n}$; $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n - n^2}{n^2 + \frac{1}{n}}$; $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{9n^2+1}}{\sqrt{4n^2-n}}$

(C1) Definición de dominio de una función. Poner 3 ejemplos. Calcular el de $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x^2-7x+1}$

* (C2) Definición de función continua en un punto. Ejemplos gráficos de puntos de discontinuidad.

(C3) $\lim\limits_{x\to 0} (1+2x)^{\frac{5}{x}}$; $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{2x^2 - 3x + 1}$; $\lim\limits_{x\to 1} \left(\frac{2x+1}{x+1}\right)^{x-1}$; $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}\right)$

* (D1) Logaritmo de un cociente.

(D2) Representar gráficamente las funciones $y = 3^x$, $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

(D3) Resolver las ecuaciones $2^{2x-4} = 1024$; $9^x + 19 = 3^{x-1} + 3^{x-2}$ (hay dos soluciones, dar una)

(D4) Resolver las ecuaciones $\log_x 81 = 4$, $\log_2\left(\frac{1}{64}\right) = x$, $-3 + \log x^2 = \log\frac{x}{2} - \log 5$

* (E1) Definir todas las razones trigonométricas de un ángulo en la circunferencia trigonométrica.

(E2) Calcular seno y coseno de 170° y 350° sabiendo que $\operatorname{sen} 10^\circ = 0.17$, $\cos 10^\circ = 0.98$

(E3) Sabiendo que $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ y $\operatorname{cosec}\alpha = 2$, hallar todas sus razones trigonométricas

(E4) Resolver los triángulos

* (F1) Definición de derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica.

* (F2) Calcular $f'(3)$ a partir de la definición de derivada siendo $f(x) = x^2 - 1 + x$

(F3) Derivar las siguientes funciones: $y = \sqrt{x} + x^7 + \sqrt[5]{x} + \log_4 x + \operatorname{arctg} x + 7^x$

$y = \frac{\operatorname{tg} 2x}{e^{5x}} + (\ln x)\operatorname{arcsen} x\,(3^{x^2}) + \ln\sqrt{\ln\sqrt{\operatorname{arcsen} x}} + \operatorname{sen}^2 x^2 + x e^{5x}$; $y = (x+1)^{\cos x}$

(F4) Calcular las 3 primeras derivadas de $y = e^{3x} + \operatorname{sen} x \ln x + \frac{x^3}{6}$

* (F5) Estudiar el crecimiento y la concavidad de $g(x) = x^3 - x$ en $x = -1$ y $x = 2$

Los alumnos de Tercero de B.U.P. no contesten las preguntas con " * "