Composición de funciones

Sean A, B y C tres conjuntos, $f: A \to B$ y $g: B \to C$ dos funciones.

Se define la función composición de «f» y «g» como una nueva función definida de A a C. Se escribe «g∘f» (se lee «ge círculo efe»), definida de esta manera:

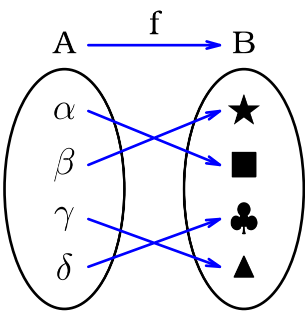
$$\boxed{(g \circ f)(x) = g(f(x))}$$

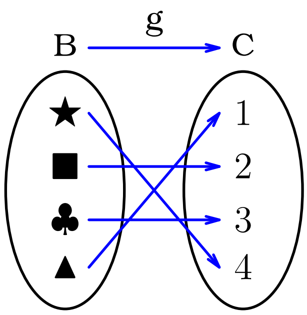
Observaciones

- ✱ Para que se pueda definir la composición de dos funciones, el conjunto imagen de la primera debe ser el conjunto de partida de la segunda.
- ✱ Al principio, puede sorprender que la composición de «f» y «g» se escriba «g∘f», porque se invierte el orden de las funciones. Pero es muy útil escribirlo de esa manera porque así aparecen las funciones en el mismo orden en que hay que aplicarlas: primero se calcula f(x) y luego g(f(x)).

Ejemplo

Consideramos los conjuntos $A=\{\alpha,\beta,\gamma,\delta\}$, $B=\{\bigstar,\blacksquare,\clubsuit,\blacktriangle\}$ y $C=\{1,2,3,4\}$ y las funciones f y g definidas con estos diagramas de Euler:

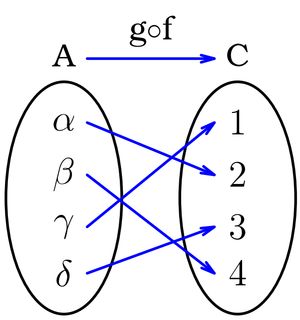




Calculamos la imagen mediante g∘f de todos los elementos de A (observa que hay que escribir entre paréntesis el símbolo):

$(g \circ f)(\alpha) = g(f(\alpha)) = g(\blacksquare) = 2$	$(g \circ f)(\beta) = g(f(\beta)) = g(\bigstar) = 4$
$(g \circ f)(\gamma) = g(f(\gamma)) = g(\blacktriangle) = 1$	$(g \circ f)(\delta) = g(f(\delta)) = g(\clubsuit) = 3$

Con los valores calculados, podemos representar el diagrama de Euler de g∘f:



Observación

En este ejemplo podemos distinguir una particularidad de la composición de funciones: que no es conmutativa. Por muy sorprendente que parezca, en este ejemplo la composición de g y f (es decir, la función f∘g) ni siquiera existe, porque sería $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ y $g(x) \in C$, pero f no calcula la imagen de elementos de C.

