

Enunciado

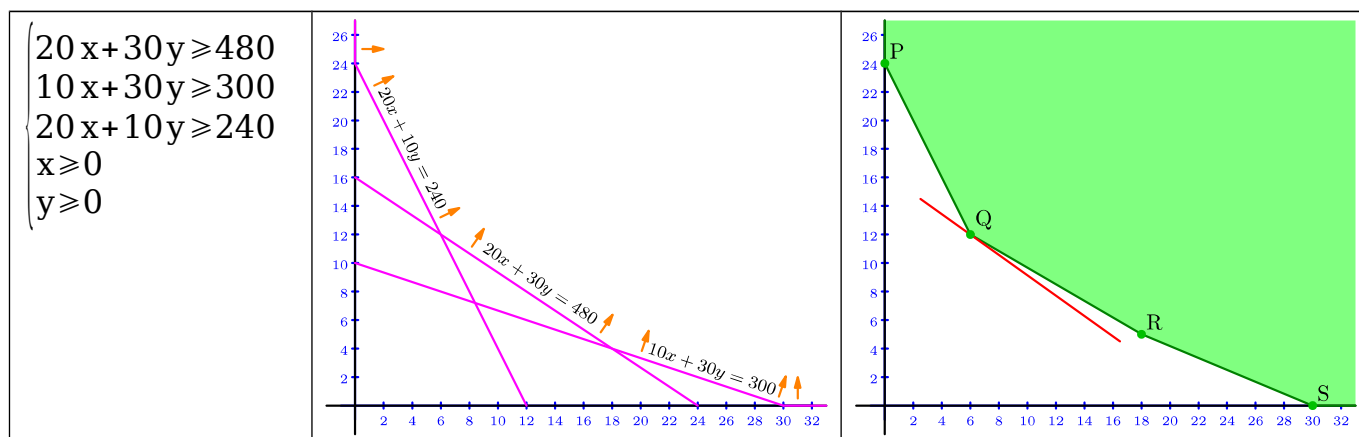
Una empresa ganadera quiere asegurar que sus vacas reciben cada mes al menos 480 mg del compuesto A, 300 mg del compuesto B y 240 mg del compuesto C. Para ello puede utilizar dos productos comerciales: el producto X contiene raciones con 20 mg de A, 10 mg de B y 20 mg de C; el producto Y contiene raciones con 30 mg de A, 30 mg de B y 10 mg de C. Cada bolsa de X cuesta 50 euros y cada bolsa de Y cuesta 70 euros. Calcula cuántas bolsas de cada producto debe comprar para garantizar la correcta alimentación de sus vacas gastando lo menos posible.

Resolución

Llamamos «x» e «y» a los números de bolsas de producto X e Y, respectivamente. Los dos números deben ser enteros no negativos.

- * Para garantizar el suministro de compuesto A debe ser $20x + 30y \geq 480$.
- * Para garantizar el suministro de compuesto B debe ser $10x + 30y \geq 300$.
- * Para garantizar el suministro de compuesto C debe ser $20x + 10y \geq 240$.
- * El gasto generado se calcula con la expresión « $50x + 70y$ ».

Hay que calcular en qué punto de coordenadas enteras que sea solución del sistema de inecuaciones de abajo a la izquierda la función objetivo $G(x,y)=50x+70y$ alcanza el menor valor.



Arriba en el centro mostramos el cálculo para averiguar el área factible y arriba a la derecha el área factible (que es infinita) marcando sus vértices, que calculamos:

$\begin{cases} 20x + 10y = 240 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 24 \end{cases} \Rightarrow P = (0, 24)$	$\begin{cases} 20x + 10y = 240 \\ 20x + 30y = 480 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow Q = (6, 12)$
$\begin{cases} 10x + 30y = 300 \\ 20x + 30y = 480 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow R = (18, 4)$	$\begin{cases} 10x + 30y = 300 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow S = (30, 0)$

Calculamos el valor de la función objetivo en cada vértice:

- * $P = (0, 24) \Rightarrow G(0, 24) = 50 \cdot 0 + 70 \cdot 24 = 1680$
- * $Q = (6, 12) \Rightarrow G(6, 12) = 50 \cdot 6 + 70 \cdot 12 = 1140$
- * $R = (18, 4) \Rightarrow G(18, 4) = 50 \cdot 18 + 70 \cdot 4 = 1180$
- * $S = (30, 0) \Rightarrow G(30, 0) = 50 \cdot 30 + 70 \cdot 0 = 1500$

Vemos que en el punto $Q = (6, 12)$ se alcanza el menor valor, 1140.

Solución: hay que comprar 6 bolsas del producto X y 12 bolsas del producto Y.