Relación entre puntos y vectores

La importancia práctica del uso de vectores en geometría analítica se pone de manifiesto cuando se empiezan a relacionar los conceptos de puntos y vectores; aunque los dos se representan con un par de números reales, les damos diferentes significados y ahora empezaremos a relacionar esos significados. En este nivel estudiaremos varias relaciones:

- Suma de punto y vector.
- Vector que une dos puntos.
- Vector de posición de un punto.

Todas ellas se pueden ir desarrollando a partir de la idea clave que vemos a continuación:

Traslación asociada a un vector

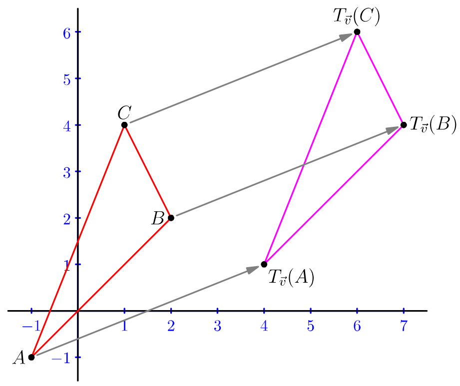
- Si $\vec{v}$ es un vector del plano de componentes (v_1,v_2), llamamos traslación asociada a $\vec{v}$ (o traslación de vector $\vec{v}$) a la trasformación del plano que relaciona el punto P del plano de coordenadas (p_1,p_2) con el punto de coordenadas (p_1+v_1,p_2+v_2).
- Designaremos $T_{\vec{v}}$ a la traslación de vector $\vec{v}$.
- Por tanto, $T_{\vec{v}}$ asocia el punto P con el punto $T_{\vec{v}}(P)$
- Expresado simbólicamente:

$$\left.\begin{array}{l} P=(p_1,p_2) \\ \vec{v}=(v_1,v_2) \end{array}\right\} \Rightarrow T_{\vec{v}}(P)=(p_1+v_1,p_2+v_2)$$

Ejemplo

Consideramos el vector $\vec{v}=(\mathbf{5},\mathbf{2})$ y el triángulo de vértices $A=(\mathbf{-1},\mathbf{-1})$, $B=(\mathbf{2},\mathbf{2})$ y $C=(\mathbf{1},\mathbf{4})$. Aplicamos la traslación de vector $\vec{v}$ a los vértices del triángulo y, a partir de ellos, al resto de puntos del triángulo, como vemos a la derecha:

- $A=(\mathbf{-1},\mathbf{-1}) \Rightarrow T_{\vec{v}}(A)=(\mathbf{-1}+\mathbf{5},\mathbf{-1}+\mathbf{2})=(4,1)$
- $B=(\mathbf{2},\mathbf{2}) \Rightarrow T_{\vec{v}}(B)=(\mathbf{2}+\mathbf{5},\mathbf{2}+\mathbf{2})=(7,4)$
- $C=(\mathbf{1},\mathbf{4}) \Rightarrow T_{\vec{v}}(A)=(\mathbf{1}+\mathbf{5},\mathbf{4}+\mathbf{2})=(6,6)$



Consideración interesante

En la ilustración hemos utilizado la representación gráfica de los puntos del plano; pero, además, hemos marcado en color gris tres flechas que relacionan los vértices del triángulo con el punto resultado de su traslación. Observa que las tres flechas consisten en desplazarse **5** unidades a la derecha y **2** unidades hacia arriba, que es exactamente lo que representa el vector $\vec{v}$.

Por tanto, podemos pensar que el vector $\vec{v}$ ha «aparecido» tres veces en el «mundo» de los puntos. Esto nos invita a mezclar puntos y vectores en la misma ilustración, que será precisamente lo que iremos haciendo a partir de ahora.

