Posibilidades de definición de número real

El concepto de número real y el de conjunto de números reales son dos conceptos de suma importancia en la matemática. De hecho, a partir de este momento del curso, casi vamos a utilizar exclusivamente números reales.

La humanidad tardó varios siglos (al menos del XVII al XIX) en llegar a definir el número real de algún modo que pudiera ser válido para hacer demostraciones con el rigor que se exige en matemáticas; durante esos siglos solo se usaron ideas intuitivas que llevaban a contradicciones.

Existen varias definiciones válidas, pero son muy complicadas para poder ser estudiadas en la enseñanza secundaria y no aportan nada especialmente provechoso en este nivel. Por eso, optamos por presentar definiciones más intuitivas y fáciles de entender, aunque no te ocultamos que hay mucho que afrontar y sobre lo que reflexionar con cualquier definición usada, porque el concepto es muy sutil.

Definiciones intuitivas de número real

Primera definición. Un número real es cualquier número que sea racional o irracional.

Comentario. Es una definición muy razonable: ya que conocemos los números racionales y hemos demostrado que hay números irracionales, tiene sentido considerarlos todos juntos en una nueva categoría que los englobe. Sin embargo, la definición abre la puerta a disponer de cualquier expresión decimal concebible.

Segunda definición. Un número real es un número entero o bien un número decimal en el que la parte decimal puede ser exacta, periódica o no períodica.

Comentario. Los números reales pueden tener cualquier tipo de parte decimal: si no tiene, es un número entero; si la tiene exacta o periódica, es un número racional; si la tiene no periódica, es un número irracional. Están cubiertas todas las posibilidades.

El conjunto de números reales

Se denomina con la letra especial $\mathbb{R}$, que no es más que una erre mayúscula adornada. A veces la verás simplemente como una erre mayúscula en negrita: $\mathbf{R}$.

Con este conjunto completamos un recorrido que comenzamos en el nivel 1:

$$\boxed{\text{Naturales } (\mathbb{N}) \Rightarrow \text{Enteros } (\mathbb{Z}) \Rightarrow \text{Racionales } (\mathbb{Q}) \Rightarrow \text{Reales } (\mathbb{R})}$$

Observa que cada conjunto está contenido en el siguiente:

$$\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}}$$

En el nivel 5 definiremos un conjunto aún mayor (conjunto de números complejos), pero está basado en el conjunto de los números reales.

Ejemplos

Estos ejemplos te ayudarán a entender cómo usamos los signos de pertenencia de elementos junto con los conjuntos $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$.

Ejemplo 1	$\pi \notin \mathbb{Q}$	El número π no es un número racional	π no pertenece a $\mathbb{Q}$
Ejemplo 2	$\pi \in \mathbb{R}$	El número π es un número real	π pertenece a $\mathbb{R}$
Ejemplo 3	$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$	El número $\sqrt{2}$ es un número real	$\sqrt{2}$ pertenece a $\mathbb{R}$

