

Problemas similares

Los siguientes problemas tienen unas resoluciones tan parecidas que en matemáticas se consideran el mismo problema cuando se estudian en general.

- ① ¿De cuántas maneras se pueden colocar cuatro objetos en fila?
- ② Si seis equipos juegan una competición en formato de liguilla, ¿de cuántas maneras pueden quedar clasificados?
- ③ Si reproduces de manera aleatoria un disco con doce canciones sin repetirlas, ¿de cuántas maneras lo puedes oír?

En todos los problemas consideramos un conjunto con cierto número de elementos (que llamaremos «n») que hay que colocar de todas las maneras posibles.

En el problema (1), $n=4$; en el (2), $n=6$; en el (3), $n=12$.

Permutaciones

Llamamos permutaciones de «n» elementos a la cantidad de posibles ordenaciones de «n» elementos. Se escribe P_n .

Fórmula de las permutaciones

Las permutaciones de «n» elementos es igual al producto de «n» factores decrecientes comenzando por «n».

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

Ejemplo 1: $P_4 \rightarrow$ cuatro factores decrecientes comenzando en 4: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Ejemplo 2: $P_6 \rightarrow$ seis factores decrecientes comenzando en 6: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Ejemplo 3: $P_{12} \rightarrow$ doce factores decrecientes comenzando en 12:

$$12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 479\,001\,600$$

Demostración

Usamos la estrategia del producto: para la primera elección hay «n» posibilidades, para la segunda elección hay «n-1» posibilidades y así sucesivamente hasta llegar a la última, para la que solo queda una posibilidad.

Factorial de un número natural

Llamamos factorial de un número natural «n» al producto de todos los números naturales menores o iguales que «n». Se escribe «n!». Por tanto:

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

Calculadora

Las calculadoras incorporan la tecla $x!$ para calcular el factorial.

Ejemplo 4: $P_4 = 4! = 24$. Calculadora: **4** $x!$ **=**

Ejemplo 5: $P_6 = 6! = 720$. Calculadora: **6** $x!$ **=**

Ejemplo 6: $P_{12} = 12! = 479\,001\,600$. Calculadora: **1** **2** $x!$ **=**

Resolución de los problemas

Podemos resolver los tres problemas propuestos aplicando directamente la estrategia del producto, pero debemos ser capaces de reconocer en ellos el mismo patrón de problema, que se resuelve mediante permutaciones.