

Enunciados

Resuelve las siguientes ecuaciones:

- ① $\log_x 117649 = 6$
- ② $\log x^2 - 2 \cdot \log 5 = \log 2 + \log x$
- ③ $\log(8x^2) - \log 5 = 1 + \log(4x)$

Resoluciones

- ① Aplicamos la definición de logaritmo y resolvemos la ecuación resultante:

$$\log_x 117649 = 6 \Rightarrow x^6 = 117649 \Rightarrow x = \pm \sqrt[6]{117649} \Rightarrow x = \begin{cases} -7 \\ 7 \end{cases}$$

La solución $x = -7$ no es válida porque no existen logaritmos en base -7 .

Solución: $x = 7$

- ② Convertimos en un solo logaritmo cada miembro, igualamos las expresiones afectadas por el logaritmo y resolvemos la ecuación resultante:

$$\begin{aligned} \log x^2 - 2 \cdot \log 5 = \log 2 + \log x &\Rightarrow \log x^2 - \log 5^2 = \log(2x) \Rightarrow \\ \Rightarrow \log \frac{x^2}{25} = \log(2x) &\Rightarrow \frac{x^2}{25} = 2x \Rightarrow x^2 = 50x \Rightarrow x^2 - 50x = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 0 \\ 50 \end{cases} \end{aligned}$$

La solución $x = 0$ no es válida porque al sustituir «x» por 0 en la ecuación aparece dos veces $\log 0$, que no existe.

Solución: $x = 50$

- ③ Podríamos convertir 1 en el $\log 10$ y resolver la ecuación igual que el ejercicio (2), pero elegimos otro método, para estudiarlo también.

Dejamos el 1 en el segundo miembro, enviamos todos los logaritmos al primer miembro, los unimos en uno solo, aplicamos la definición de logaritmo y resolvemos la ecuación resultante. Observa lo que ocurre con los dos logaritmos que llevan signo negativo: ambas cantidades acaban en el denominador.

$$\begin{aligned} \log(8x^2) - \log 5 = 1 + \log(4x) &\Rightarrow \log(8x^2) - \log 5 - \log(4x) = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \log(8x^2) - (\log 5 + \log(4x)) &= 1 \Rightarrow \log(8x^2) - \log(5 \cdot 4x) = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \log \frac{8x^2}{5 \cdot 4x} = 1 &\Rightarrow \log \frac{2x^2}{5x} = 1 \Rightarrow \frac{2x^2}{5x} = 10 \Rightarrow 2x^2 = 10 \cdot 5x \Rightarrow x^2 = 5 \cdot 5x \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2 - 25x = 0 &\Rightarrow x = \begin{cases} 0 \\ 25 \end{cases} \end{aligned}$$

La solución $x = 0$ no es válida porque al sustituir «x» por 0 en la ecuación aparece dos veces $\log 0$, que no existe.

Solución: $x = 25$

Observación

Cuando tengas que unir varios logaritmos en uno solo, puedes hacerlo en menos pasos de los mostrados aquí, si realmente sabes hacerlo bien.