Relación entre las funciones exponencial y logarítmica

Como la definición de logaritmo se basa en una potencia, está claro que la función logarítmica se basa en la función exponencial. Concretando:

Si «a» es un número real positivo distinto de 1, «x» es un número real positivo e «y» es un número real, la expresión «$y = \log_a x$» es equivalente a la expresión «$x = a^y$». Entre las funciones exponencial y logarítmica se intercambian las posiciones de la variable dependiente y la variable independiente.

Esto tiene un reflejo interesante en las gráficas de las funciones: si el punto (x,y) pertenece a la gráfica de una función, el punto (y,x) pertenece a la gráfica de la otra. Por lo tanto, las gráficas son simétricas respecto a la recta bisectriz del primer y tercer cuadrantes.

Ejemplo

Vamos a comparar las gráficas de las funciones «$y = \log_2 x$» e «$y = 2^x$».

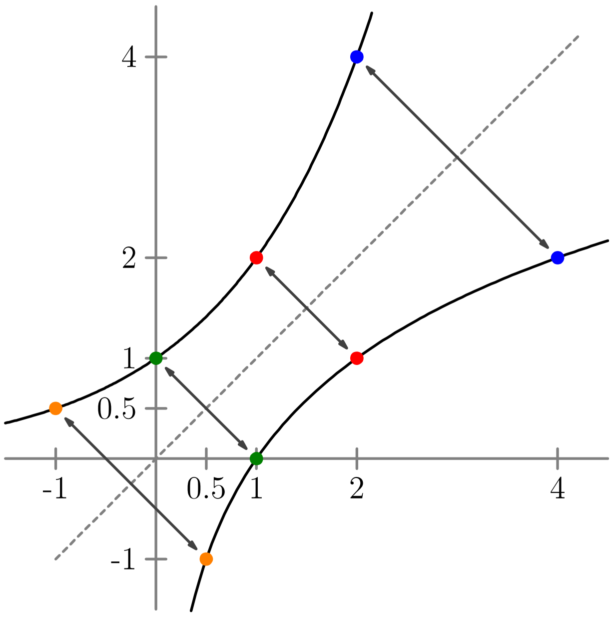
Calculamos cuatro puntos de la gráfica de «$y = \log_2 x$»:

$x = 1 \Rightarrow y = \log_2 0 = 0 \rightarrow$ punto (1,0)	$x = 2 \Rightarrow y = \log_2 2 = 1 \rightarrow$ punto (2,1)
$x = 4 \Rightarrow y = \log_2 4 = 2 \rightarrow$ punto (4,2)	$x = 0,5 \Rightarrow y = \log_2 0,5 = -1 \rightarrow$ punto (0,5;–1)

Calculamos cuatro puntos de la gráfica de «$y = 2^x$»:

$x = 0 \Rightarrow y = 2^0 = 1 \rightarrow$ punto (0,1)	$x = 1 \Rightarrow y = 2^1 = 2 \rightarrow$ punto (1,2)
$x = 2 \Rightarrow y = 2^2 = 4 \rightarrow$ punto (2,4)	$x = -1 \Rightarrow y = 2^{-1} = 0,5 \rightarrow$ punto (–1;0,5)

Representamos gráficamente las dos funciones usando el mismo color para los puntos que tienen intercambiadas las coordenadas. También mostramos con línea punteada la recta bisectriz del primer y tercer cuadrantes:



Funciones inversas

Como desarrollaremos con detalle en el nivel 5 de este curso, las funciones exponencial y logarítmica son una la inversa de la otra. Muchas de las propiedades que las relacionan son comunes a otras parejas de funciones una la inversa de la otra.

 Licencia: CC0 1.0 Universal