

Cambio de base de logaritmos

Es posible calcular logaritmos en una base conociendo algunos logaritmos en otra base diferente. Supongamos que «a» y «b» son dos bases válidas de logaritmos y «r» es un número real positivo. Entonces, se verifica

$$\log_a r = \frac{\log_b r}{\log_b a}$$

Demostración

Llamamos $\log_a r = x$. Entonces, $a^x = r$.

Igualamos los logaritmos en base «b» de los dos miembros de esta igualdad, aplicamos la propiedad del logaritmo de una potencia y despejamos:

$$a^x = r \Rightarrow \log_b(a^x) = \log_b r \Rightarrow x \cdot \log_b a = \log_b r \Rightarrow x = \frac{\log_b r}{\log_b a} \Rightarrow \log_a r = \frac{\log_b r}{\log_b a}$$

Ejemplo 1

Usando los logaritmos en base 5 podemos calcular fácilmente $\log_{25} 125$, siempre que sepamos que $125 = 5^3$ y $25 = 5^2$:

$$\log_{25} 125 = \frac{\log_5 125}{\log_5 25} = \frac{3}{2}$$

Uso con calculadora

Si nuestra calculadora no dispone de tecla general para calcular logaritmos en cualquier base, podemos utilizar tanto los logaritmos decimales como los neperianos para calcular logaritmos en cualquier base.

Ejemplo 2a

Enunciado: usando logaritmos decimales, calcula con seis cifras significativas el valor de $\log_2 1734$.

Resolución

$$\log_2 1734 = \frac{\log 1734}{\log 2} = 10,7599$$

Calculadora: **Log 1 7 3 4 ÷ Log 2 =** ⇒ **10.759888 18**

Solución: $\log_2 1734 = 10,7599$

Ejemplo 2b

Enunciado: usando logaritmos neperianos, calcula con seis cifras significativas el valor de $\log_2 1734$.

Resolución

$$\log_2 1734 = \frac{\ln 1734}{\ln 2} = 10,7599$$

Calculadora: **ln 1 7 3 4 ÷ ln 2 =** ⇒ **10.759888 18**

Solución: $\log_2 1734 = 10,7599$

Ejemplo 3

$$\log_3 3486784401 = \frac{\log 3486784401}{\log 3} = 20$$