

Ejercicios para practicar las propiedades de los logaritmos

Es importante manejar bien las distintas propiedades de los logaritmos. Para ello, es habitual plantear en la enseñanza secundaria algunos ejercicios específicos. Piensa en ellos como un buen entrenamiento.

Enunciados

Sabiendo que $\log_a p = 1,2$ y $\log_a q = -0,9$, calcula el resultado de las siguientes expresiones. Da el resultado final de modo exacto usando números decimales.

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \log_a(a^3 \cdot p^2 : q) & \textcircled{2} \log_a \frac{1}{\sqrt[3]{p \cdot q}} & \textcircled{3} \log_a \frac{\sqrt{a \cdot p^3}}{q} \\ \textcircled{4} \log_a(a^2 \cdot p^3 \cdot q^5)^7 & \textcircled{5} \log_a \frac{\sqrt[6]{p \cdot \sqrt[3]{q}}}{a} & \textcircled{6} \log_a \frac{1}{p^2 \cdot q} \end{array}$$

Resoluciones

① Desarrollamos la expresión y sustituimos los valores dados:

$$\begin{aligned} \log_a(a^3 \cdot p^2 : q) &= \log_a a^3 + \log_a p^2 - \log_a q = 3 + 2 \cdot \log_a p - (-0,9) = \\ &= 3 + 2 \cdot 1,2 + 0,9 = 6,3. \text{ Solución: } 6,3. \end{aligned}$$

② Desarrollamos la expresión y sustituimos los valores dados:

$$\begin{aligned} \log_a \frac{1}{\sqrt[3]{p \cdot q}} &= \log_a 1 - \log_a \sqrt[3]{p \cdot q} = 0 - \frac{\log_a(p \cdot q)}{3} = -\frac{\log_a p + \log_a q}{3} = \\ &= -\frac{1,2 + (-0,9)}{3} = -0,1. \text{ Solución: } -0,1. \end{aligned}$$

③ Desarrollamos la expresión y sustituimos los valores dados:

$$\begin{aligned} \log_a \frac{\sqrt{a \cdot p^3}}{q} &= \log_a \sqrt{a \cdot p^3} - \log_a q = \frac{\log_a(a p^3)}{2} - (-0,9) = \frac{\log_a a + \log_a p^3}{2} + 0,9 = \\ &= \frac{1 + 3 \cdot \log_a p}{2} + 0,9 = \frac{1 + 3 \cdot 1,2}{2} + 0,9 = 3,2. \text{ Solución: } 3,2. \end{aligned}$$

④ Desarrollamos la expresión y sustituimos los valores dados:

$$\begin{aligned} \log_a(a^2 \cdot p^3 \cdot q^5)^7 &= 7 \cdot \log_a(a^2 \cdot p^3 \cdot q^5) = 7(\log_a a^2 + \log_a p^3 + \log_a q^5) = \\ &= 7(2 + 3 \cdot \log_a p + 5 \cdot \log_a q) = 7(2 + 3 \cdot 1,2 + 5 \cdot (-0,9)) = 7,7. \text{ Solución: } 7,7. \end{aligned}$$

⑤ Desarrollamos la expresión y sustituimos los valores dados:

$$\begin{aligned} \log_a \frac{\sqrt[6]{p \cdot \sqrt[3]{q}}}{a} &= \log_a(\sqrt[6]{p \cdot \sqrt[3]{q}}) - \log_a a = \log_a \sqrt[6]{p} + \log_a \sqrt[3]{q} - 1 = \\ &= \frac{\log_a p}{6} + \frac{\log_a q}{3} - 1 = \frac{1,2}{6} + \frac{-0,9}{3} - 1 = -1. \text{ Solución: } -1,1. \end{aligned}$$

⑥ $\log_a \frac{1}{p^2 \cdot q} = \log_a 1 - 2 \cdot \log_a p - \log_a q = 0 - 2 \cdot 1,2 - (-0,9) = -1,5$. Solución: $-1,5$.