

Producto de fracciones algebraicas

- * Se utiliza el mismo método que para multiplicar fracciones ordinarias: multiplicando los numeradores entre sí para obtener el nuevo numerador y los denominadores entre sí para obtener el nuevo denominador.
- * Hay que prestar atención a las simplificaciones que puedan aparecer. Observa que las simplificaciones se pueden aplicar incluso sin escribir como una sola fracción algebraica los productos indicados.
- * Es normal dejar factorizado el numerador o el denominador, según convenga para las operaciones que haya que hacer a continuación.

Enunciados

Escribe del modo más sencillo posible el resultado de estas operaciones.

$$\textcircled{1} \quad \frac{(x+5)^5 \cdot (x-7)^2}{(x-7)^4 \cdot x+5}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{(x+5)^2 \cdot x^2-1}{x+1 \cdot x+5}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{x^2-16}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x+4}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{x+7}{x^2-x-6} \cdot \frac{x+2}{x^2+3x-21}$$

Resoluciones

- ① Podemos realizar la operación pasando por escribir el producto indicado y simplificando en un paso siguiente:

$$\frac{(x+5)^5 \cdot (x-7)^2}{(x-7)^4 \cdot x+5} = \frac{(x+5)^5 \cdot (x-7)^2}{(x-7)^4 \cdot (x+5)} = \frac{(x+5)^4}{(x-7)^2}$$

Pero puedes no escribir el paso intermedio, porque es trivial, y simplificando directamente: se ahorra mucho tiempo.

Solución: $\frac{(x+5)^4}{(x-7)^2}$

- ② Podemos hacer alguna factorización que consideremos interesante en el mismo paso en que escribimos los productos de numeradores y denominadores.

$$\frac{x^2-16}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x+4} = \frac{(x+4)(x-4)(x-3)}{(x+3)(x-3)(x+4)} = \frac{x-4}{x+3} \cdot \text{Solución: } \frac{x-4}{x+3}$$

- ③ Siempre que hagamos operaciones con fracciones algebraicas debemos tener en cuenta que el resultado puede ser un polinomio, como ocurre en este caso.

$$\frac{(x+5)^2 \cdot x^2-1}{x+1 \cdot x+5} = \frac{(x+5)^2(x+1)(x-1)}{(x+1)(x+5)} = (x+5)(x-1) \cdot \text{Solución: } (x+5)(x-1)$$

- ④ Puede ser necesario factorizar haciendo operaciones auxiliares; en este ejemplo, los dos denominadores son polinomios de grado dos, de los que calculamos sus raíces para hacer la factorización.

$$\frac{x+7}{x^2-x-6} \cdot \frac{x+2}{x^2+3x-21} = \frac{(x+7)(x+2)}{(x+2)(x-3)(x-3)(x+7)} = \frac{1}{(x-3)^2} \cdot \text{Solución: } \frac{1}{(x-3)^2}$$