

Enunciados

Simplifica lo máximo que sea posible las siguientes fracciones algebraicas:

$$\textcircled{1} \quad \frac{x^3+5x^2}{x^3-x^2} \quad \textcircled{2} \quad \frac{x^2-4}{x^2+2x+4} \quad \textcircled{3} \quad \frac{x^2-9x-36}{x^2-16x+48} \quad \textcircled{4} \quad \frac{15x^2-41x+12}{35x^2-74x-24}$$

Resoluciones

- ① Este es un caso muy sencillo, porque salta a la vista que se puede extraer factor común « x^2 » en el numerador y el denominador:

$$\frac{x^3+5x^2}{x^3-x^2} = \frac{x^2(x+5)}{x^2(x-1)} = \frac{x+5}{x-1}$$

- ② El uso de identidades notables facilita mucho la tarea:

$$\frac{x^2-4}{x^2+2x+4} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)^2} = \frac{x-2}{x+2}$$

- ③ Los términos independientes del numerador y del denominador tienen muchos divisores comunes, por lo que sería largo buscar si hay alguna raíz común; pero como los dos polinomios son de segundo grado, podemos factorizarlos simplemente calculando sus raíces:

$$x^2-9x-36=0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = \begin{cases} 12 \\ -3 \end{cases}; \quad x^2-16x+48=0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = \begin{cases} 12 \\ 4 \end{cases}$$

$$\frac{x^2-9x-36}{x^2-16x+48} = \frac{(x-12)(x+3)}{(x-12)(x-4)} = \frac{x+3}{x-4}$$

- ④ Usamos el mismo método que en el ejemplo anterior:

$$15x^2-41x+12=0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = \begin{cases} \frac{12}{5} \\ \frac{1}{3} \end{cases}; \quad 35x^2-74x-24=0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = \begin{cases} \frac{12}{5} \\ -\frac{2}{7} \end{cases}$$

$$\frac{15x^2-41x+12}{35x^2-74x-24} = \frac{15\left(x-\frac{12}{5}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)}{35\left(x-\frac{12}{5}\right)\left(x+\frac{2}{7}\right)} = \frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}{7\left(x+\frac{2}{7}\right)} = \frac{3x-1}{7x+2}$$

Observaciones

- * Si se simplifica una vez una fracción algebraica, hay que comprobar si es posible seguir simplificándola. En todos los ejemplos anteriores el numerador y el denominador son de grado uno, luego son irreducibles y las fracciones algebraicas resultantes no se pueden simplificar más.
- * Ya viste en el nivel 3 que hay polinomios que aún no se pueden factorizar con los conocimientos que hemos visto hasta el momento, así que también debes saber que hay fracciones algebraicas que se pueden simplificar, pero que en este nivel no se sabe cómo hacerlo. Ciertamente, serán casos raros.
- * En enseñanza secundaria no suele ser necesario simplificar fracciones algebraicas complicadas, pero sí las sencillas.