

Polinomios múltiplos y divisores

Consideramos dos polinomios $A(x)$ y $B(x)$, ambos de grado mayor o igual que uno y los multiplicamos, obteniendo el polinomio $C(x)$: $A(x) \cdot B(x) = C(x)$. Entonces, se dice:

- * El polinomio $A(x)$ es divisor del polinomio $C(x)$
- * El polinomio $B(x)$ es divisor del polinomio $C(x)$
- * El polinomio $C(x)$ es múltiplo del polinomio $A(x)$
- * El polinomio $C(x)$ es múltiplo del polinomio $B(x)$

Ejemplo 1

Consideramos los polinomios $A(x)=x+2$ y $B(x)=x-5$. Los multiplicamos para obtener el polinomio $C(x)$: $C(x) = A(x) \cdot B(x) = (x+2)(x-5) = x^2-3x-10$. Entonces, se dice:

- * El polinomio « $x+2$ » es divisor del polinomio « $x^2-3x-10$ »
- * El polinomio « $x-5$ » es divisor del polinomio « $x^2-3x-10$ »
- * El polinomio « $x^2-3x-10$ » es múltiplo del polinomio « $x+2$ »
- * El polinomio « $x^2-3x-10$ » es múltiplo del polinomio « $x-5$ »

Ejemplo 2

Si en vez de hacer el producto de los polinomios lo dejamos indicado, es muy sencillo apreciar las relaciones entre divisor y múltiplo, y también bastante útil.

- * El polinomio « $3x-2$ » es divisor del polinomio « $(3x-2)(5x+1)$ »
- * El polinomio « $5x+1$ » es divisor del polinomio « $(3x-2)(5x+1)$ »
- * El polinomio « $(3x-2)(5x+1)$ » es múltiplo del polinomio « $3x-2$ »
- * El polinomio « $(3x-2)(5x+1)$ » es múltiplo del polinomio « $5x+1$ »

Polinomios de grado 0

Es fundamental tener en cuenta que los polinomios que multiplicamos en la definición no pueden ser de grado 0, esto es, no pueden ser números; si lo fuera alguno de los dos, las definiciones no se verificarían.

Ejemplo 3

Consideramos los polinomios $A(x)=5$ y $B(x)=3x+2$. Los multiplicamos para obtener el polinomio $C(x)$: $C(x) = A(x) \cdot B(x) = 5(3x+2) = 15x+10$. Entonces:

- * El polinomio «5» **no** es divisor del polinomio « $15x+10$ »
- * El polinomio « $3x+2$ » **no** es divisor del polinomio « $15x+10$ »
- * El polinomio « $15x+10$ » **no** es múltiplo del polinomio «5»
- * El polinomio « $15x+10$ » **no** es múltiplo del polinomio « $3x+2$ »

Propiedad

Si el polinomio $P(x)$ es de grado mayor que 0, el polinomio $Q(x)$ es de grado mayor que el grado de $P(x)$ y la división de $Q(x)$ entre $P(x)$ es una división exacta, entonces $P(x)$ es divisor de $Q(x)$ y $Q(x)$ es múltiplo de $P(x)$.

Ejemplo 4

Consideramos los polinomios $P(x)=x+4$ y $Q(x)=x^2+x-12$. La división de $Q(x)$ entre $P(x)$ es $(x^2+x-12):(x+4) = x-3$, exacta. (Hay que hacerla, no es obvio). Por tanto,

- * « $x+4$ » es divisor de « x^2+x-12 »
- * « x^2+x-12 » es múltiplo de « $x+4$ »