

Resolución general de ecuaciones

En una ecuación puede aparecer cualquier tipo de dificultad. Acabas de estudiar cómo afrontar algunas de ellas, pero en una ecuación particular deberás encontrar tú la combinación adecuada de técnicas, incluso mezclando en una misma ecuación varias de ellas. Será un proceso creativo, en el que te hará falta realizar algún tanteo inicial, tener paciencia y buscar el camino más sencillo. Te ofrecemos un par de ejemplos para romper el hielo, pero la última palabra será la tuya. ¡Ánimo!

Problema 1

Enunciado. Resuelve la ecuación $\frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{2}{x-1} + 1$

Resolución

La ecuación tiene denominadores, que no pueden anularse.

La ecuación tiene raíces cuadradas, luego en algún momento habrá que elevar al cuadrado los dos miembros y se pueden introducir soluciones falsas.

Habrás que resolver estos dos tipos de dificultades.

Aprovechamos que $(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})=x-1$, para multiplicar todos los términos por « $x-1$ » y así eliminar todos los denominadores.

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} &= \frac{2}{x-1} + 1 \Rightarrow 2(\sqrt{x-1}) + \sqrt{x+1} = 2 + x - 1 \Rightarrow 2\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} = 1 + x \Rightarrow \\ \Rightarrow 3\sqrt{x} &= x + 2 \Rightarrow 9x = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} \end{aligned}$$

La solución $x = 1$ no es válida porque anula dos denominadores.

Hay que comprobar la corrección de la solución $x = 4$:

$$\frac{2}{\sqrt{4+1}} + \frac{1}{\sqrt{4-1}} = \frac{2}{4-1} + 1 \text{ es verdadero porque los dos miembros dan } \frac{5}{3}$$

Solución: $x=4$

Problema 2

Enunciado

Resuelve la ecuación $\sqrt{7x} - \sqrt{5x} = 2$. Da la solución con cuatro cifras significativas.

Resolución

Esta resolución es un buen ejemplo de que seguir a ciegas el método general puede llevar a resoluciones mucho más complicadas que si se siguen otros caminos. Basta aplicar algunas propiedades de los radicales para aislar \sqrt{x} y calcularla:

$$\begin{aligned} \sqrt{7x} - \sqrt{5x} = 2 &\Rightarrow \sqrt{7}\sqrt{x} - \sqrt{5}\sqrt{x} = 2 \Rightarrow (\sqrt{7} - \sqrt{5})\sqrt{x} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= \left(\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \right)^2 = 23,83. \end{aligned}$$

Calculadora: $((2 \div (\sqrt{7} - \sqrt{5}))) x^2 = \Rightarrow 2383215957$

Solución: $x = 23,83$