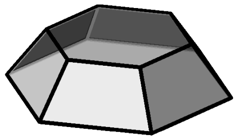
Área y volumen de un tronco de pirámide con calculadora

En la mayor parte de las ocasiones los cálculos son inexactos, por lo que hay que utilizar memorias intermedias de la calculadora para minimizar el error.

Ejemplo

Enunciado. Calcula con cinco cifras significativas el área y el volumen de un tronco de pirámide recto de 8 metros de altura sabiendo que sus bases son hexágonos regulares de 17 metros de lado y de 11 metros de lado.

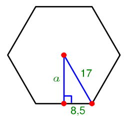
Resolución



Aunque no sea estrictamente necesario, suele ser útil hacer un dibujo de la situación; no es necesario que sea exacto ni perfecto, se usa para ayudarnos a pensar.

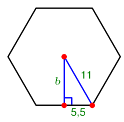
Usaremos esta notación para las longitudes: apotema de la base mayor: a, apotema de la base menor: b, apotema de la pirámide: m.

Las bases son hexágonos regulares, luego es necesario calcular las longitudes de sus apotemas. Las caras laterales son trapecios, luego hay que calcular la longitud de su altura, que es la apotema del tronco.



$a^2+(17:2)^2 = 17^2 \Rightarrow a = \sqrt{17^2-8{,}5^2} = 14{,}7$

Calc.: √ (1 7 x² – 8 . 5 x²) STO A = ⇨ 14.72243186



$b^2+(11:2)^2 = 11^2 \Rightarrow b = \sqrt{11^2-5{,}5^2} = 9{,}53$

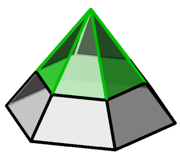
Calc.: √ (1 1 x² – 5 . 5 x²) STO B = ⇨ 9.526279442

$m^2 = 8^2 + (a-b)^2 \Rightarrow m = \sqrt{64+(a-b)^2} = 9{,}54$

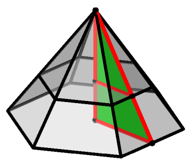
Calc.: √ (6 4 + (RCL A – RCL B) x²) STO M = ⇨ 9.539392014

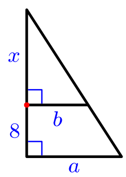
$\text{Área} = \dfrac{6\cdot 17\cdot a}{2} + \dfrac{6\cdot 11\cdot b}{2} + 6\cdot m\cdot \dfrac{17+11}{2} = 51a + 33b + 84m = 1866{,}5$

Calc.: 5 1 × RCL A + 3 3 × RCL B + 8 4 × RCL M = ⇨ 1866.520176



Para calcular el volumen del tronco de pirámide hay que imaginar la pirámide de la que proviene y restar los volúmenes de las dos pirámides que aparecen en el proceso (grande y pequeña).





La clave es calcular las alturas de las dos pirámides. Nos basamos en los dos triángulos rectángulos semejantes que se forman con las alturas, las apotemas de las bases y las apotemas de las pirámides.

Usando la proporcionalidad de los lados de los triángulos, tenemos:

$\dfrac{x}{b} = \dfrac{x+8}{a} \Rightarrow ax = b(x+8) \Rightarrow ax = bx+8b \Rightarrow (a-b)x = 8b \Rightarrow x = \dfrac{8b}{a-b} = 14{,}7$

Calculadora: 8 × RCL B ÷ (RCL A – RCL B) STO C = ⇨ 14.66666667

$\text{Volumen} = \dfrac{1}{3}\cdot \dfrac{6\cdot 17\cdot a}{2}\cdot(x+8) - \dfrac{1}{3}\cdot \dfrac{6\cdot 11\cdot b}{2}\,{}^{2}\cdot x = 17a(x+8) - 11bx = 4136{,}1$

1 7 × RCL A × (RCL C + 8) – 1 1 × RCL B × RCL C = ⇨ 4136.137328

Solución → área: $1866{,}5\ m^2$, volumen: $4136{,}1\ m^3$