

Definición de desviación de un valor

La desviación de un dato de una colección de datos es la diferencia entre el dato y la media de todos los datos.

Expresión simbólica de la desviación

Si consideramos el conjunto de datos x_1, x_2, \dots, x_n y llamamos \bar{x} a la media de todos los datos, la desviación del dato x_i se define como

$$\text{Desviación de } x_i = x_i - \bar{x}$$

Ejemplo

Enunciado. Dados los datos 3, 5, 8 y 11, calcula la desviación de cada dato.

Resolución

Calculamos la media de todos los datos: $(3+5+8+11) : 4 = 27 : 4 = 6,75$

Desviación del dato «3»: $3 - 6,75 = -3,75$

Desviación del dato «5»: $5 - 6,75 = -1,75$

Desviación del dato «8»: $8 - 6,75 = 1,25$

Desviación del dato «11»: $11 - 6,75 = 5,25$

Propiedad

La suma de todas las desviaciones de los datos es 0.

Comprobación

Usando los datos del ejemplo anterior: $-3,75 - 1,75 + 1,25 + 5,25 = 0$

Demostración

Aunque la demostración de esta propiedad no es especialmente importante, te puede venir bien trabajarla para avanzar en tu manejo de la notación para las sumas, los sumatorios. Para que te sea más fácil entender la demostración general, usamos un método muy útil en matemáticas: comenzar por la demostración en un caso más sencillo y usarla de guía para la generalización.

Demostración para tres datos

Consideramos los datos a, b y c . Llamamos m a su media: $m = (a+b+c) : 3$.

Sumamos las tres desviaciones:

$$\begin{aligned} (a-m) + (b-m) + (c-m) &= (a+b+c) - (m+m+m) = (a+b+c) - 3 \cdot m = \\ &= (a+b+c) - 3 \cdot (a+b+c) : 3 = (a+b+c) - (a+b+c) = 0 \end{aligned}$$

Demostración general

Llamamos \bar{x} a la media de los valores x_1, x_2, \dots, x_n . Sabemos que $\bar{x} = (\Sigma x_i) : n$

Calculamos la suma de todas las desviaciones:

$$\Sigma(x_i - \bar{x}) = \Sigma x_i - \Sigma \bar{x} = \Sigma x_i - n \cdot \bar{x} = \Sigma x_i - n \cdot (\Sigma x_i) : n = \Sigma x_i - \Sigma x_i = 0$$

Observación

Uno de los pasos más difíciles de la demostración es $\Sigma \bar{x} = n \cdot \bar{x}$. Lo puedes entender mejor si se escribe así: $\sum_{i=1}^{i=n} m = n \cdot m$; por ejemplo: $\sum_{i=1}^{i=20} 3 = 20 \cdot 3$ (sumar veinte treses es lo mismo que multiplicar 20 por 3).