Propiedades numéricas de las raíces

Cuando se calcula el valor de una raíz hay que tener en cuenta ciertas propiedades, que serán importantes tanto en los desarrollos teóricos como en las operaciones numéricas.

Raíz de cero

Si n es un número natural, la raíz de índice n de 0 es 0: $\sqrt[n]{0}=0$.

Motivo: $0^n = 0$.

Ejemplo 1: $\sqrt[7]{0}=0$

Raíz de índice par de un número positivo

Si n es un número natural par y a es un número racional positivo, hay dos números que elevados a n dan como resultado a: uno es positivo, el otro es negativo y son opuestos. La raíz de índice n de a es el número positivo.

Ejemplo 2: hay dos números que elevados a 4 dan como resultado 16, el 2 y el –2: $2^4=16$ y $(-2)^4=16$; por tanto, $\sqrt[4]{16}=2$.

Raíz de índice par de un número negativo

Si n es un número natural par y a es un número racional negativo, no hay ningún número que elevado a n dé como resultado a. Por eso decimos que la raíz de índice n de a no existe.

Ejemplo 3: no hay ningún número que elevado a 6 nos dé como resultado –1, así que decimos que $\sqrt[6]{-1}$ no existe. Recuerda que $(-1)^6 = 1$.

Raíz de índice impar de un número positivo

Si n es un número natural impar y a es un número racional positivo, la raíz de índice n de a es un número positivo.

Ejemplo 4: $\sqrt[5]{243}=3$

Raíz de índice impar de un número negativo

Si n es un número natural impar y a es un número racional negativo, la raíz de índice n de a es un número negativo.

Ejemplo 5: $\sqrt[5]{-243}=-3$

Tipo de número del resultado de la raíz

El cálculo de raíces nos lleva a un problema que resultó inesperado cuando se descubrió, hace varios miles de años. Por un lado, en algunas ocasiones el resultado de la raíz de un número racional es otro número racional, como aquí:

Ejemplo 6: $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$ **Ejemplo 7**: $\sqrt{0{,}25}=0{,}5$

Pero por otro lado, en la mayor parte de las ocasiones el resultado no es un número racional, como estudiaremos en el nivel 4.

Nota

Modificaremos todas estas propiedades en el nivel 5, en el que introduciremos un nuevo tipo de números con los que la definición y los cálculos de raíces cambian fundamentalmente. Un avance: definiremos los **números complejos** y veremos que cualquier número complejo tiene exactamente n raíces enésimas.

