

### Problemas sobre progresiones geométricas

Las progresiones geométricas son unas de las sucesiones más sencillas. Aún así, existen multitud de problemas relacionados con su uso, incluso antes de su aplicación a enunciados tomados de la vida real. Este tipo de problemas que parecen muy teóricos te ayudarán a afinar tu conocimiento y sobre todo tu ingenio para aplicar principios simples a enunciados más complejos.

#### Enunciados

- ① Dada la progresión geométrica  $a \rightarrow 0,5; 1; 2, \dots$ , averigua la expresión más sencilla de  $a_n$ .
- ② Dada la progresión geométrica  $b \rightarrow -5, 20, -80, \dots$ , calcula la suma de los primeros siete términos que tienen subíndice par.
- ③ De la progresión geométrica «c» se sabe que  $c_4 = 3$  y  $c_9 = 23\,328$ . Calcula la razón de la progresión.

#### Resoluciones

- ① Calculamos  $a_1$  y la razón, que llamamos «R»:

$$a_1 = 0,5; R = a_2 : a_1 = 1 : 0,5 = 2.$$

La expresión del término general es  $a_n = a_1 \cdot R^{n-1} = 0,5 \cdot 2^{n-1}$ .

Simplificamos al máximo la expresión:  $a_n = 0,5 \cdot 2^{n-1} = 2^{-1} \cdot 2^{n-1} = 2^{n-2}$

Solución:  $a_n = 2^{n-2}$

- ② Calculamos la razón, que llamamos «R»:  $R = b_2 : b_1 = 20 : (-5) = -4$ .

Los términos de la progresión geométrica «b» que tienen índice par forman otra progresión geométrica que llamamos «p», de la que sabemos:

$$p_1 = b_2 = 20; \text{ si llamamos «T» a la razón de «p»: } T = R^2 = (-4)^2 = 16.$$

Calculamos la suma de los primeros siete términos de «p»:

$$S_7 = \frac{p_1 \cdot (T^7 - 1)}{T - 1} = \frac{20 \cdot (16^7 - 1)}{16 - 1} = 357\,913\,940.$$

Solución: 357 913 940

- ③ Llamamos «R» a la razón de la progresión geométrica «c».

Conocemos las expresiones de  $c_9$  y  $c_4$ :

$$c_9 = c_1 \cdot R^{9-1} = c_1 \cdot R^8$$

$$c_4 = c_1 \cdot R^{4-1} = c_1 \cdot R^3$$

Si dividimos las dos igualdades, obtenemos:

$$c_9 : c_4 = (c_1 \cdot R^8) : (c_1 \cdot R^3) = R^5.$$

$$\text{Por tanto, } R^5 = c_9 : c_4 = 23\,328 : 3 = 7776 \Rightarrow R = \sqrt[5]{7776} = 6.$$

Solución: 6