

Obtención de la expresión analítica de una función lineal a partir de dos parejas de valores

Cuando se conocen dos parejas de valores de sus dos variables, es posible obtener la expresión analítica de la función con varios métodos distintos. Como todos llevan al mismo resultado, será decisión tuya qué método usar.

Ejemplo

Enunciado: averigua la expresión analítica de una función lineal sabiendo que los puntos $(-1, -3)$ y $(8, 9)$ pertenecen a la gráfica de la función.

Enunciado alternativo: averigua la expresión analítica de la función lineal «A» sabiendo que $A(-1) = -3$ y $A(8) = 9$.

Primera resolución: primero calculamos la pendiente usando la fórmula y luego calculamos la ordenada en el origen usando uno cualquiera de los puntos.

La expresión analítica de la función lineal es $y = mx + q$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - (-3)}{8 - (-1)} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}. \text{ Por tanto, la expresión analítica es } y = \frac{4}{3}x + q$$

Sustituimos en la expresión los valores del punto $(-1, -3)$:

$$y = \frac{4}{3}x + q \Rightarrow -3 = \frac{4}{3}(-1) + q \Rightarrow q = -3 + \frac{4}{3} = -\frac{5}{3}$$

Si hubiéramos sustituido en la expresión el punto $(8, 9)$, hubiéramos obtenido el mismo valor:

$$y = \frac{4}{3}x + q \Rightarrow 9 = \frac{4}{3} \cdot 8 + q \Rightarrow q = 9 - \frac{32}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\text{Solución: } y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}. \text{ Solución alternativa: } A(x) = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$$

Segunda resolución: planteamos y resolvemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas usando los dos puntos.

La expresión analítica de la función lineal es $y = mx + q$

Sustituyendo el punto $(8, 9)$ obtenemos la expresión $9 = 8m + q$

Sustituyendo el punto $(-1, -3)$ obtenemos la expresión $-3 = -m + q$

Planteamos el sistema $\begin{cases} 8m + q = 9 \\ -m + q = -3 \end{cases}$, que resolvemos mediante reducción:

$$\begin{cases} 8m + q = 9 \\ -m + q = -3 \end{cases} \quad 9m = 12 \Rightarrow m = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$-m + q = -3 \Rightarrow -\frac{4}{3} + q = -3 \Rightarrow q = -3 + \frac{4}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\text{Solución: } y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}. \text{ Solución alternativa: } A(x) = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$$

Comentarios

- * Los dos métodos de resolución llevan exactamente a las mismas operaciones, por lo que son equivalentes.
- * El método de resolución mediante un sistema de ecuaciones resuelto mediante el método de reducción está inspirado en la demostración de la fórmula de la pendiente.