

Enunciados

- ① Averigua dos números enteros consecutivos tales que su producto sea 2862.
- ② Averigua dos múltiplos de 4 consecutivos sabiendo que la suma de sus cuadrados es 106.
- ③ Calcula las dimensiones de un rectángulo de 196 metros de perímetro y 2384 metros cuadrados de área. Da el resultado en metros.

Resoluciones

- ① Llamamos «x» al menor de los números pedidos. El otro será «x+1».

Como el producto debe ser 2862, planteamos la ecuación $x(x+1)=2862$.

Resolvemos la ecuación: $x(x+1)=2862 \Rightarrow x^2+x-2862=0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = \begin{cases} 53 \\ -54 \end{cases}$

Discutimos las soluciones:

Si $x=53$, $x+1=54$ y obtenemos la pareja de números enteros 53 y 54.

Si $x=-54$, $x+1=-53$ y obtenemos la pareja de números enteros -54 y -53.

Solución: hay dos parejas de números que son solución del problema: la pareja 53 y 54 y la pareja -54 y -53.

Observación: sería un error muy grave decir que la solución del problema es la pareja 53 y -54, ya que esos dos números no son consecutivos.

- ② Llamamos «x» al menor de los múltiplos de 4 pedidos. El siguiente es «x+4».

Planteamos y resolvemos una ecuación: $x^2+(x+4)^2=106 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+x^2+8x+16-106=0 \Rightarrow 2x^2+8x-90=0 \Rightarrow x^2+4x-45=0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = \begin{cases} 5 \\ -9 \end{cases}$

Discutimos las soluciones: ninguna es válida porque ninguna de las dos es un número múltiplo de 4.

Solución: el problema no tiene ninguna solución.

Observación: en muchos problemas como este es posible llegar a la conclusión de que no tienen solución sin plantear la ecuación; en este caso se puede razonar así: la suma de los cuadrados de dos múltiplos de 4 debe ser también múltiplo de 4 pero el número 106 no lo es. Este razonamiento puede ser difícil.

- ③ Llamamos «x» a una cualquiera de las dimensiones. Como el perímetro es 196, el doble de la suma de las dos dimensiones es 196, luego la suma de las dos dimensiones es $196:2=98$. Por tanto, la otra dimensión es «98-x».

Área: $x(98-x)=2384 \Rightarrow 98x-x^2-2384=0 \Rightarrow x^2-98x+2384=0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = \begin{cases} 53 \\ 45 \end{cases}$

Si $x=53$, $98-x=45$; si $x=45$, $98-x=53$; por tanto, las dos soluciones de la ecuación llevan a la misma solución del problema.

Solución: las dimensiones son 53 metros y 45 metros.

Observación: las dos soluciones de la ecuación forman la solución del problema; pero no te fies de que ocurra a menudo, ya que solo hay algunos casos así.