

Cálculo de área y volumen de una pirámide

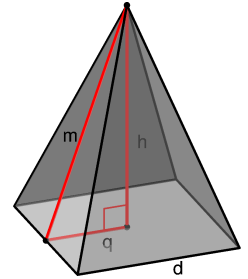
En la mayoría de los casos estos cálculos son inexactos y es mejor afrontarlos con la ayuda de una calculadora. Por esta razón, en este nivel vamos a trabajar con casos especialmente seleccionados: pirámides rectas de base cuadrada.

Vamos a usar en todos los ejemplos esta notación:

- Área: A ; área de la base: A_B ; área lateral: A_L ; volumen: V .
- Altura de la pirámide: h ; apotema de la pirámide: m .
- Lado de la base: d ; apotema de la base: q .

Con esta notación, sabemos que se verifica:

- $m^2 = h^2 + q^2$; $d = 2q$.



Enunciados

Calcula el área y el volumen de las pirámides de base cuadrada con los datos de cada caso. Todas las medidas están en metros.

- ① $d = 32$, $m = 65$ ② $h = 60$, $m = 61$ ③ $h = 45$, $d = 56$

Resoluciones

- ① $d = 32 \Rightarrow q = d:2 = 32:2 = 16$

$$h^2 + q^2 = m^2 \Rightarrow h^2 + 16^2 = 65^2 \Rightarrow h^2 = 65^2 - 16^2 = 4225 - 256 = 3969 \Rightarrow h = \sqrt{3969} = 63$$

$$A = A_B + A_L = d^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot d \cdot h = 32^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 32 \cdot 65 = 1024 + 2 \cdot 2080 = 5184$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 32^2 \cdot 63 = 1024 \cdot 21 = 21\,504$$

Solución: el área es 5184 m^2 y el volumen es $21\,504 \text{ m}^3$

- ② $h^2 + q^2 = m^2 \Rightarrow 60^2 + q^2 = 61^2 \Rightarrow q^2 = 61^2 - 60^2 = 3721 - 3600 = 121 \Rightarrow q = \sqrt{121} = 11$
 $q = 11 \Rightarrow d = 2 \cdot q = 2 \cdot 11 = 22$

$$A = A_B + A_L = d^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot d \cdot h = 22^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 22 \cdot 61 = 484 + 2 \cdot 1342 = 3168$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 22^2 \cdot 60 = 484 \cdot 20 = 9680$$

Solución: el área es 3168 m^2 y el volumen es 9680 m^3

- ③ $d = 56 \Rightarrow q = d:2 = 56:2 = 28$

$$m^2 = h^2 + q^2 \Rightarrow m^2 = 45^2 + 28^2 = 2025 + 784 = 2809 \Rightarrow m = \sqrt{2809} = 53$$

$$A = A_B + A_L = d^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot d \cdot h = 56^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 56 \cdot 53 = 3136 + 2 \cdot 2968 = 9072$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 56^2 \cdot 45 = 3136 \cdot 15 = 47\,040$$

Solución: el área es 9072 m^2 y el volumen es $47\,040 \text{ m}^3$