

Potencia de una potencia

La potencia de una potencia se puede escribir como una potencia simple con la misma base y con nuevo exponente el **producto** de los exponentes.

Ejemplo 1	$(5^2)^3 = 5^6$	Se mantiene la base 5 y el exponente es $2 \cdot 3 = 6$
Ejemplo 2	$(2^3)^4 = 2^{12}$	Se mantiene la base 2 y el exponente es $3 \cdot 4 = 12$

Comprobaciones

Para comprobar la propiedad, calculamos en cada ejemplo los dos miembros de la igualdad y vemos que se obtiene el mismo resultado.

Ejemplo 1	$(5^2)^3 = 25^3 = 15\,625$	$5^6 = 15\,625$	Sí da el mismo resultado
Ejemplo 2	$(2^3)^4 = 8^4 = 4096$	$2^{12} = 4096$	Sí da el mismo resultado

Expresión general

- * Elegimos la letra «a» para representar la base.
- * Elegimos las letras «n» u «m» para representar los exponentes.

La expresión general queda así:

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

Demostración

La idea de la demostración es utilizar dos veces la definición de potencia y contar cuántas veces se repite la base.

Partimos del primer miembro y llegamos al segundo:

$$(a^n)^m = \underbrace{(a^n \cdot a^n \cdot \dots \cdot a^n)}_{m \text{ factores}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factores}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factores}} \cdot \dots \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factores}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{nm \text{ factores}} = a^{nm}$$

m grupos

Para entender mejor la demostración, observa cómo aplicamos este razonamiento general en el ejemplo (1):

$$(5^2)^3 = \underbrace{(5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2)}_{3 \text{ factores}} = \underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ factores}} \cdot \underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ factores}} \cdot \underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ factores}} = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{6 \text{ factores}} = 5^6$$

3 grupos