

## Unas sucesiones con reglas particulares

Consideremos las siguientes sucesiones de números naturales:

- \* Pueden empezar por cualquier número.
- \* Cada término se calcula según cómo sea el anterior:
  - Si acaba en 0 o 5, se divide entre 5.
  - Si acaba en 1 o 6, se suma 4; si acaba en 2 o 7, se suma 3; si acaba en 3 u 8, se suma 2; si acaba en 4 o 9, se suma 1.

**Ejemplo:** 7843, 7845, 1569, 1570, 314, 315, 63, 65, 13, 15, 3, 5, 1.

Observamos que si se llega a 1, los números entran en un bucle, porque después del 1 vendría el 5, que lleva otra vez al 1. Por tanto, si se llega al 1, paramos.

### Enunciados

Completa las siguientes sucesiones comenzando por el número dado, usando las reglas explicadas más arriba.

① 34      ② 102      ③ 78      ④ 278      ⑤ 891      ⑥ 3509

## Las sucesiones enigmáticas

Consideramos ahora las siguientes sucesiones:

- \* Pueden empezar por cualquier número.
- \* Cada término se calcula según cómo sea el anterior:
  - Si es par, se divide entre 2.
  - Si es impar, se multiplica por 3 y se suma 1.

**Ejemplo:** 112, 56, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

Observamos que si se llega a 1, los números entran en un bucle, porque después del 1 vendría el 4, que lleva al 2, del que se vuelve al 1. Por tanto, si se llega al 1, paramos.

### Enunciados

Completa las siguientes sucesiones comenzando por el número dado, usando las reglas explicadas más arriba.

⑦ 6      ⑧ 42      ⑨ 96      ⑩ 51      ⑪ 100      ⑫ 57

## La conjetura de Collatz

Es sencillo demostrar que **todas** las sucesiones de la primera familia, que son infinitas, acaban en 1: siempre que se dan dos pasos, se llega a un número menor del que se parte, con la excepción de salir del 1, que lleva al bucle.

Pero nadie sabe si **todas** las sucesiones de la segunda familia acaban en 1. Se han usado ordenadores para comprobar muchísimos números de partida y siempre se ha acabado en 1. Pero por muchos que se comprueben, siguen quedando infinitos. Por eso necesitamos algún razonamiento general si queremos afirmar que la propiedad es cierta para todos los números de partida.

La comunidad matemática cree que la propiedad es cierta, pero como no se sabe con seguridad, se le llama «conjetura». Demostrarla o refutarla es un **problema abierto** en la actualidad (noviembre de 2020). Se cree que resolverlo es extremadamente difícil con los conocimientos matemáticos actuales. El prestigioso matemático Paul Erdős dijo: «Mathematics may not be ready for such problems».

## Soluciones

- ① 34, 35, 7, 10, 2, 5, 1.
- ② 102, 105, 21, 25, 5, 1.
- ③ 78, 80, 16, 20, 4, 5, 1.
- ④ 278, 280, 56, 60, 12, 15, 3, 5, 1.
- ⑤ 891, 895, 179, 180, 36, 40, 8, 10, 2, 5, 1.
- ⑥ 3509, 3510, 702, 705, 141, 145, 29, 30, 6, 10, 2, 5, 1.
- ⑦ 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.
- ⑧ 42, 21, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1.
- ⑨ 96, 48, 24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.
- ⑩ 51, 154, 77, 232, 116, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.
- ⑪ 100, 50, 25, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.
- ⑫ 57, 172, 86, 43, 130, 65, 196, 98, 49, 148, 74, 37, 112, 56, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.