

Circunferencia

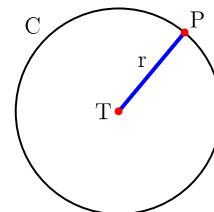
La circunferencia es una figura geométrica de gran importancia por su significado; además, permite resolver muchos problemas. En geometría analítica es necesario encontrar una expresión algebraica que caracterice a los puntos de una circunferencia, es decir: su ecuación.

Ecuación de una circunferencia

Supongamos que la circunferencia «C» tiene el centro en el punto $T = (a,b)$ y su radio mide «r». Si $P = (x,y)$ es un punto cualquiera de la circunferencia, se verifica que $d(T,P) = r$. Desarrollamos esta igualdad hasta llegar a otra que sea más cómoda:

$$d(T,P) = r \Rightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r \Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Esta igualdad es la que se toma como ecuación de la circunferencia «C»:



$$C \equiv (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Ejemplos

- ① La ecuación de la circunferencia «D» que tiene el centro en el punto $E = (-5,4)$ y su radio mide 7 es $D \equiv (x+5)^2 + (y-4)^2 = 49$.
- ② La ecuación de la circunferencia «F» que tiene el centro en el punto $H = (1,-3)$ y su radio mide $\sqrt{2}$ es $F \equiv (x-1)^2 + (y+3)^2 = 2$.
- ③ La circunferencia $M \equiv (x+3)^2 + (y-3)^2 = 36$ tiene el centro en $(-3,3)$ y su radio mide 6.
- ④ La circunferencia $Q \equiv x^2 + y^2 = 7$ tiene el centro en $(0,0)$ y su radio mide $\sqrt{7}$.

Ecuación desarrollada

En muchas ocasiones tenemos la ecuación desarrollada de una circunferencia y necesitamos recuperar la ecuación habitual para saber el centro y la longitud del radio. En esos casos, usamos unas transformaciones algebraicas para pasar de una expresión a la otra.

Ejemplo

- ⑤ Averigua el centro y la longitud del radio de la circunferencia U.

$$U \equiv x^2 + y^2 - 2x + 10y + 15 = 0$$

Resolución

Reagrupamos los sumandos para preparar la búsqueda de los desarrollos de los dos cuadrados que deben aparecer en la ecuación simplificada:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 2x + 10y + 15 = 0 &\Rightarrow x^2 - 2x + y^2 + 10y = -15 \Rightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+5)^2 - 25 = -15 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x-1)^2 + (y+5)^2 = -15 + 1 + 25 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+5)^2 = 11 \end{aligned}$$

Solución: el centro es el punto $(1,-5)$ y el radio mide $\sqrt{11}$